

1. Zbadać czy są monotoniczne ciągi:

(a)  $a_n = \frac{4n-2}{3n+1}$ , (b)  $b_n = n^2 + 3n - 1$ , (c)  $c_n = \sin n\frac{\pi}{2}$ , (d)  $d_n = \frac{1}{2^n} - n$ .

2. Które wyrazy ciągu różnią się od podanej liczby  $g$  o mniej niż 0,01 jeśli

(a)  $a_n = 3 + \frac{2}{n}$ ,  $g = 3$ ; (b)  $b_n = \frac{2-3n}{n+2}$ ,  $g = -3$ ; (c)  $c_n = \frac{n^2+1}{n^2+2}$ ,  $g = 1$ ; (d)  $d_n = \sqrt[n]{3}$ ,  $g = 1$ .

3. Obliczyć granicę ciągu  $(a_n)$  jeśli:

(a)  $a_n = \frac{2n^6-3n^2+5}{-3n^4+n^3+n^2-10}$ , (b)  $a_n = \frac{(2n-1)(n^2+n+1)}{5-n^3+7n^2}$ ,

(c)  $a_n = \frac{n^3+4n^{17}-20n+12}{-n^5+4n^4-n^3+2}$ , (d)  $a_n = \frac{n^2+\sqrt{n}-2}{3n^2+n+3}$ ,

(e)  $a_n = \left(\frac{2n-1}{n+1}\right)^4$ , (f)  $a_n = 2^n + 3n - 1$ ,

(g)  $a_n = \sqrt{3n-1} + \frac{1}{n}$ , (h)  $h_n = \frac{5}{\sqrt{3n+2}}$ ,

(i)  $a_n = \sqrt{n+3} - \sqrt{n}$ , wsk. skorzystać z  $a - b = \frac{a^2-b^2}{a+b}$ , (j)  $a_n = \sqrt[n]{2^n + 3 \cdot 4^n + 2 \cdot 5^n}$ ,

(k)  $a_n = \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n$ , (l)  $a_n = \left(1 + \frac{3}{n+1}\right)^{2n+1}$ ,

(m)  $a_n = -12n^7 + 5n^6 - n^4 + 2$ , (n)  $a_n = \left(\frac{n+3}{n}\right)^{2-n}$ .

Odpowiedzi na drugiej stronie.

1. (a) rosnący, (b) rosnący, (c) nie jest monotoniczny; jest to ciąg  $1,0,-1,0,1,0,-1,0,\dots$ , (d) malejący.

2. (a) dla  $n > 200$ , (b) dla  $n > 798$ , (c) dla  $n \geq 10$ , (d) dla  $n > \frac{\log 3}{\log 1,01} = 110,40$  czyli dla  $n \geq 111$ .

3. (a)  $-\infty$ , (b)  $-2$ , (c)  $-\infty$ , (d)  $\frac{1}{3}$ , (e)  $16$ , (f)  $+\infty$ , (g)  $+\infty$ , (h)  $0$ , (i)  $0$ , (j)  $5$ , (k)  $e^2$ , (l)  $e^6$ , (m)  $-\infty$ , (n)  $e^{-3}$ .