

1. Zbadać określoność formy kwadratowej  $q(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_2^2 + \lambda x_3^2 + 6x_1x_2 + 6x_1x_3 + 4x_2x_3$  w zależności od  $\lambda$ . Dla  $\lambda = 0$  znaleźć bazę, w której forma ma postać diagonalną.

2. Niech  $\mathcal{A}$  będzie bazą przestrzeni liniowej  $\mathbb{R}^n$ . Wykazać, że forma dwuliniowa  $h$  na  $\mathbb{R}^n$  jest iloczynem skalarnym wtedy i tylko wtedy gdy macierz  $h$  w bazie  $\mathcal{A}$  jest postaci  $C^T C$  gdzie  $C$  jest macierzą odwracalną.

3 (a) Niech  $H$  będzie podzbiorem grupy  $Z_p \times Z_{p^2}$  składającym się elementów  $x$  takich, że  $px = 0$ ,  $0$  oznacza element neutralny w grupie. Wykazać, że  $H$  jest podgrupą w  $Z_p \times Z_{p^2}$ . Czy jest to grupa cykliczna?

(b) Ile jest homomorfizmów grupy  $Z_p \times Z_{p^2}$  w  $Z_p \times Z_p$ ?

4. 3. (a) Wyznaczyć wszystkie, z dokładnością do izomorfizmu, grupy abelowe rzędu 60.

(b) Czy  $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_6$  jest izomorficzna z  $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_{12}$ ? Odpowiedź szczegółowo uzasadnić.