

1 kolokwium z Algebry

1. Niech

$$M_{st}^{st}(f) = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Znaleźć postać Jordana endomorfizmu $f: \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^5$.

2. Opisać układem równań podprzestrzeń afiniczną $H \subset \mathbb{R}^3$ gdzie $H = \text{af}\{(2, 0, 2), (1, 0, 1), (1, 1, 1)\}$. Znaleźć część wspólną H i prostej $L = \text{af}\{(1, -1, 0), (0, 2, 1)\}$.

3. Znaleźć wzór symetrii prostopadłej $S: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ względem prostej prostopadłej do płaszczyzny $x + y + z = 1$ i zawierającej punkt $(0, 1, 1)$.

4. Niech $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^3$, $\|\alpha\| = \|\beta\| = 1$, $\alpha \perp \beta$. Wykazać, że długość rzutu prostopadłego dowolnego wektora γ na podprzestrzeń $(\text{lin}(\alpha, \beta))^\perp$ jest równa $|\langle \alpha \times \beta, \gamma \rangle|$.

5. Ile jest izometrii liniowych \mathbb{R}^3 , które przekształcają podprzestrzeń $z = 0$ na podprzestrzeń $x + y + z = 0$ i prostą $\text{lin}((1, 0, 0))$ na prostą $\text{lin}((1, -1, 0))$? Znaleźć wzór jednej z nich i podać jej geometryczną interpretację.