

## ZADANIE 10. (CW)

1. Znajdź wzory określające normy macierzy

$$\|A\| = \sup_{\|x\|=1} \|Ax\|, \quad x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T,$$

odpowiadające normom wektorowym

$$\|x\|_\infty = \text{Max}\{|x_1|, |x_2|, \dots, |x_n|\}$$

i

$$\|x\|_1 = \sum_{j=1}^n |x_j|.$$

2. Rozwiąż układ równań

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix}$$

metodą Cholesky'ego. Podaj rozkład macierzy  $LL^T$ .

3. Niech

$$H_1 = I - 2\frac{vv^T}{v^T v}, \quad H_2 = I - 2\frac{ww^T}{w^T w}.$$

Zbadaj, kiedy macierze  $H_1$ ,  $H_2$  wymiaru  $n \times n$  komutują.

4. Macierz  $A$  wymiaru  $n \times n$  ma budowę blokową:

$$A = \left[ \begin{array}{c|c} E & a \\ \hline a^T & s \end{array} \right],$$

gdzie  $E$  jest macierza jednostkową wymiaru  $(n-1) \times (n-1)$ ,  $a$  jest wektorem wymiaru  $n-1$ ,  $a^T a = 1$ ,  $s$  jest liczbą.

- (a) Kiedy  $A$  jest dodatnio określona?
- (b) Kiedy możliwy jest rozkład Cholesky'ego macierzy  $A$ ?
- (c) Dokonaj rozkładu  $A = LL^T$