

Praca domowa 2

Zadanie 1. Zbadać zbieżność i zbieżność bezwzgl. szeregów

(a) $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{\lfloor \sqrt{n} \rfloor} \frac{1}{n \ln n}$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(1/n)}{n^p}$, w zależności od $p > 0$.

Zadanie 2. Zbadać ciągłość funkcji $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ (wyznaczyć wszystkie x z dziedziny f , w których jest ciągła) określonej wzorem

$$f(x) = \begin{cases} x \ln(-x) & \text{dla } x < 0, \\ \frac{(\sin(x) + 1)^{\sqrt{17}} - 1}{x} & \text{dla } x \in (0, \frac{3\pi}{2}], \\ -\frac{1}{x} & \text{dla } x > \frac{3\pi}{2}. \end{cases}$$

Czy funkcja f jest ograniczona z góry w \mathbb{R} ? A z dołu?

Zadanie 3. Załóżmy, że $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ jest ciągła i okresowa.

- (a) Wykaż, że f ma punkt stały.
- (b) Wskaż przykład funkcji f j.w. z co najmniej siedmioma punktami stałymi.
- (c) Czy f może mieć nieskończenie wielu punktów stałych?