



Zadania

1. Jaki jest kąt pomiędzy wskazówkami zegara o godzinie 3:15?
2. Z 8 monet jedna jest lżejsza niż pozostałe. Jak za pomocą dwóch ważeń na wadze szalkowej ustalić, która?
3. Mamy 12 identycznie wyglądających monet, przy czym wiemy, że dokładnie jedna z nich jest fałszywa — lżejsza lub cięższa. Jak w trzech ważeniach na wadze szalkowej stwierdzić, która z monet jest fałszywa oraz czy jest ona lżejsza czy cięższa od monety prawdziwej?
4. Czy w przestrzeni trójwymiarowej istnieje czworościan o wierzchołkach w punktach kratowych (tzn. mających wszystkie współrzędne całkowite) i o objętości 2010 taki, żeby wewnątrz ani na powierzchni tego czworościanu nie było żadnych innych punktów kratowych?
5. Wykaż, że dla dodatnich liczb a, b, c, d prawdziwa jest nierówność

$$\sqrt{(a+c)(b+d)} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{cd}.$$

6. Udowodnij, że w każdym roku któryś piątek musi wypaść trzynastego dnia miesiąca.