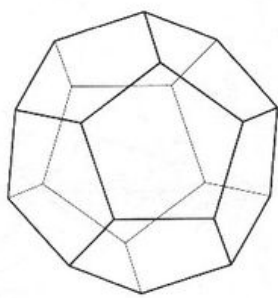
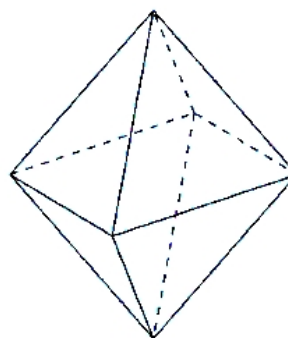


Zadania o numerowaniu krawędzi, wierzchołków, ścian wielościanów

1. (5/I/LXII OM) Krawędzie dwunastościanu foremnego chcemy ponumerować liczbami $1, 2, \dots, 30$, używając każdej z nich dokładnie raz. Rozstrzygnij, czy można to uczynić tak, aby suma numerów krawędzi wychodzących z dowolnego wierzchołka była:
(a) parzysta;
(b) podzielna przez 4.
2. Czy można tak ponumerować krawędzie sześcianu liczbami $1, 2, \dots, 12$, używając każdej z nich dokładnie raz, by suma numerów trzech krawędzi w każdym wierzchołku była taka sama?
3. W wierzchołkach sześcianu napisano siedem zer i jedną jedynkę. Do każdej z liczb na końcach dowolnej krawędzi można dodać 1. Czy wykonując szereg takich operacji, można sprawić, by wszystkie liczby w wierzchołkach były
(a) równe?
(b) podzielne przez 3?
4. Rozstrzygnij, czy liczby $1, 2, 3, \dots, 18$ można rozstawić w wierzchołkach i na środkach krawędzi ośmiościanu foremnego tak, aby każda liczba na krawędzi ośmiościanu była średnią arytmetyczną liczb na jej końcach.
5. Na każdej ścianie sześcianu zapisano dodatnią liczbę całkowitą, a w każdym wierzchołku iloczyn liczb występujących na trzech ścianach z danym wierzchołkiem. Suma wszystkich liczb zapisanych w wierzchołkach tego sześcianu jest równa 2009. Jaka jest suma liczb zapisanych na jego ścianach?
6. (4/II/XLV OM) Każdemu wierzchołkowi sześcianu przyporządkowano liczbę 1 lub -1 , a każdej ścianie — iloczyn liczb przyporządkowanych wierzchołkom tej ściany. Wyznacz zbiór wartości, które może przyjąć suma 14 liczb przyporządkowanych ścianom i wierzchołkom.



Dwunastościan foremny:
12 ścian, 30 krawędzi i 20 wierzchołków.



Ośmiościanu foremny:
8 ścian, 12 krawędzi i 6 wierzchołków.

Zadania 4 i 5 pochodzą z broszury *Przed konkursem matematycznym* Stowarzyszenia na rzecz Edukacji Matematycznej (Wyd. Szkolne Omega, Kraków 2010).