

Składanie jednokładności

1. Okręgi O_1, O_2, O_3 są styczne odpowiednio do par boków AB i AC , AB i BC oraz AC i BC trójkąta ABC . Okrąg O jest styczny zewnętrznie do okręgów O_1, O_2 i O_3 odpowiednio w punktach D, E i F . Udowodnij, że proste AD, BE, CF przecinają się w jednym punkcie.
2. Okręgi O_1 i O_2 są rozłączne zewnętrznie i wpisane w kąt o wierzchołku Z . Okrąg O jest styczny zewnętrznie do okręgów O_1 i O_2 odpowiednio w punktach A i B . Udowodnij, że punkty A, B, Z są współliniowe.
3. (10/I/XLVI OM) Dana jest prosta k oraz leżące na niej trzy różne punkty. Każdy z nich jest początkiem pary półprostych; wszystkie te półproste leżą w jednej płaszczyźnie o krawędzi k . Każda z tych par półprostych wyznacza z każdą inną czworokąt. Wykaż, że jeśli w dwa z tych czworokątów można wpisać okrąg, to również w trzeci można wpisać okrąg.
4. Czworokąt $A_1A_2A_3A_4$ jest wpisany w okrąg. Punkty H_1, H_2, H_3, H_4 to ortocentra trójkątów, odpowiednio, $A_2A_3A_4, A_1A_3A_4, A_1A_2A_4, A_1A_2A_3$. Udowodnij, że czworokąty $A_1A_2A_3A_4$ i $H_1H_2H_3H_4$ są przystające.
5. (9/I/L OM) Punkty D, E, F leżą odpowiednio na bokach BC, CA, AB trójkąta ABC . Okręgi wpisane w trójkąty AEF, BFD, CDE są styczne do okręgu wpisanego w trójkąt DEF . Wykaż, że proste AD, BE, CF przecinają się w jednym punkcie.