

Jednokładności, część II

1. Okrąg wpisany w trójkąt ABC jest styczny do boków AB, BC, CA odpowiednio w punktach C', A', B' . Przez środki odcinków $A'B', B'C', C'A'$ prowadzimy proste prostopadłe odpowiednio do boków AB, BC, CA . Udowodnij, że proste te przecinają się w jednym punkcie.
2. (*Prosta Eulera*) W trójkącie ABC punkt S jest środkiem ciężkości, punkt H jest ortocentrum, a punkt O jest środkiem okręgu opisanego na tym trójkącie. Wykaż, że punkty O, S, H leżą na jednej prostej w tej właśnie kolejności oraz $SH = 2 \cdot SO$.
3. Niech AB będzie pewną cięciwą okręgu o . Wyznacz zbiór środków ciężkości trójkątów wpisanych w okrąg o o podstawie AB .
4. Dany jest sześciokąt wypukły $ABCDEF$. Udowodnij, że środki ciężkości trójkątów $ABC, BCD, CDE, DEF, EFA, FAB$ tworzą sześciokąt o przeciwległych bokach równych i równoległych.
5. Na okręgu danych jest 6 punktów. Wybieramy pewne trzy z nich i przez H oznaczamy ortocentrum wyznaczonego przez nie trójkąta, zaś przez S — środek ciężkości trójkąta wyznaczonego przez pozostałe trzy z danych sześciu punktów. Udowodnij, że wszystkie możliwe otrzymane w ten sposób proste HS przechodzą przez pewien ustalony punkt.