

O pewnej nietypowej metodzie w geometrii

1. Twierdzenie Desarguesa

Jak posadzić 10 drzew w 10 rzędach tak, by w każdym rzędzie rosły dokładnie 3 drzewa?

2. Zadanie o 3 okręgach

Okręgi O_1, O_2, O_3 wszystkie mają promień r i przecinają się odpowiednio: O_1 z O_2 w punktach C i X , O_1 i O_3 w punktach B i X , O_2 i O_3 w punktach A i X . Udowodnij, że wówczas okrąg opisany na trójkącie ABC również ma promień r .

3. Zadanie o trójkącie

Na płaszczyźnie dane są punkty A, B, C oraz P . Obrazami punktu P w symetriach względem środków boków BC, AC, AB trójkąta ABC są odpowiednio punkty X, Y, Z . Udowodnij, że proste AX, BY, CZ przecinają się w jednym punkcie.

4. Zadanie o wędrowcach

Czterech wędrowców idzie po płaskiej łące. Każdy z nich maszeruje prosto przed siebie ze swoją stałą prędkością. Z prostych, po których wędrują, żadne dwie nie są równoległe ani żadne trzy nie przecinają się w jednym punkcie. Udowodnij, że jeśli ma miejsce pięć spośród sześciu możliwych spotkań wędrowców, to szóste spotkanie też musi nastąpić.

5. Zadanie o latarkach

Dane są trzy rozłączne zewnętrznie okręgi o różnych promieniach i niewspółliniowych środkach. Dla każdej pary okręgów prowadzimy obie wspólne styczne zewnętrzne i wyznaczamy ich punkt przecięcia. Udowodnij, że trzy otrzymane w ten sposób punkty leżą na jednej prostej.

6. Inne zadanie o 3 okręgach

Dane są trzy okręgi, których środki nie leżą na jednej prostej. Pierwszy z drugim przecinają się w punktach A_1 i A_2 , drugi z trzecim w punktach B_1 i B_2 , pierwszy z trzecim w punktach C_1 i C_2 . Każde dwa z odcinków A_1A_2, B_1B_2, C_1C_2 przecinają się. Udowodnij, że wszystkie trzy mają punkt wspólny.

7. Zadanie o pokrywaniu koła pasami

32 proste dzielą koło o promieniu 10 cm na pewną liczbę części. Udowodnij, że w jednej z nich da się zmieścić koło o promieniu 3 mm.