

termin oddania: piątek 21.X.2022.  
Każde zadanie należy oddać na osobnej kartce.

## GAL seria 1

**Zadanie 1.** Sprowadź macierz (o współczynnikach rzeczywistych)

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 4 & 4 \\ 1 & 6 & 0 & 5 \\ 1 & 6 & 2 & 1 \\ 1 & 6 & 8 & 3 \end{bmatrix}$$

do postaci schodkowej zredukowanej.

**Zadanie 2.** Rozwiąż układ równań w  $\mathbb{Z}_5$

$$\begin{cases} 2x + 3y + z + 4t = 1 \\ 3x + y + 2z + 4t = 2 \\ 3x + 3y + z + 3t = 1 \end{cases}$$

**Zadanie 3.** Dla jakich wartości  $\lambda \in \mathbb{R}$  układ jest sprzeczny

$$\begin{cases} x + \lambda z = 1 + \lambda \\ -x + (\lambda - 2)y - 2z = -\lambda \\ 2x + (2 - \lambda)y + (3 + \lambda)z = 2 + 2\lambda \end{cases}$$

**Zadanie 4.** Rozwiąż równanie

$$x^2 + 3x + 1 = 5$$

w ciele  $\mathbb{Z}_7$ .

**Zadanie 5.** Niech  $K$  będzie ciałem. Udowodnij, że następujące warunki są równoważne:

- $1 + 1 + 1 = 0$  (czyli charakterystyka ciała  $K$  to 3),
- $a + a + a = 0$  dla każdego elementu  $a \in K$ .
- $a + a + a = 0$  dla pewnego niezerowego elementu  $a \in K$ ,