

termin oddania wtorek 29.X.2019.  
Należy oddać 4 z 5 zadań, każde na osobnej kartce.

## GAL seria 2

**Zad 1.** Rozwiąż układ równań w liczbach zespolonych

$$\begin{cases} 5x & - (2+i)z & - it & = 0 \\ (2+i)x & + y & + (1+2i)z & + (1-i)t = 0 \\ (4i+2)x & + (1+i)y & + (1+4i)z & + (2+i)t = 0 \end{cases}$$

**Zad 2.** Rozważmy

a) zbiór

$$X = \{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Im}((1-i)z^2) \geq 0\},$$

oraz funkcja  $f(z) = z^2 + 1$ . Naszkicuj zbiory  $X$  i  $f(X)$ .

b) zbiór

$$Y = \{z \in \mathbb{C} \mid 0 \leq \operatorname{Im}(z) < -\operatorname{Re}(z)\},$$

oraz funkcja  $g(z) = (iz - 1)^2$ . Naszkicuj zbiory  $Y$  i  $g^{-1}(Y)$ .

**Zad 3.**

a) Wykaż, że ciało

$$\mathbb{Q}[i] := \{a + bi \in \mathbb{C} \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$$

nie jest algebraicznie domknięte.

b) Znajdź pierwiastki 3 stopnia z liczby  $8i$ .

**Zad 4.** Rozłóż wielomian

$$W(x) = x^6 + x^3 + 1 \in \mathbb{C}[x]$$

na czynniki stopnia 1.

**Zad 5.** Wyznacz wszystkie rozwiązania równania

$$-9i = \frac{z^4}{\bar{z}^2}$$

w liczbach zespolonych.