

termin oddania wtorek 17.XII.2019.
Należy oddać 4 z 5 zadań (w tym 5), każde na osobnej kartce.

GAL seria 7

Zad 1. Zapisz wzorem dowolny izomorfizm $\phi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ który spełnia

$$\phi(1, 2, 0) = (2, 2, 2).$$

Zad 2. Rozpatrzmy przestrzeń liniową $M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ nad ciałem liczb rzeczywistych. Niech φ będzie przekształceniem transpozycji

$$\forall A \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \varphi(A) = A^T.$$

a) Wykaż, że φ jest przekształceniem liniowym.

b) Rozważmy bazę

$$\mathcal{A} = \left\{ \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \right\}$$

przestrzeni $M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$. Znajdź macierz $M_{\mathcal{A}}^{\mathcal{A}}(\varphi)$ przekształcenia φ w bazie \mathcal{A} .

Zad 3. Dane jest przekształcenie $\psi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ takie, że

$$\psi(1, 1, 1) = (1, 1, 0), \quad \psi(2, 3, 5) = (-1, -1, 0), \quad \psi(3, 4, 5) = (2, 2, 2)$$

Rozpatrzmy bazę $\mathcal{A} = \{(1, 1, 0), (1, 0, 1), (0, 1, 1)\}$ przestrzeni \mathbb{R}^3 znajdź

a) macierz $M_{st}^{st}(\psi)$ przekształcenia ψ w bazie standardowej .

b) macierz $M_{\mathcal{A}}^{\mathcal{A}}(\psi)$ przekształcenia ψ w bazie \mathcal{A} .

Zad 4. Dla jakich wartości parametru $r \in \mathbb{R}$ przekształcenie $\varphi_r : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ zadane poprzez macierz w bazach standardowych:

$$M_{st}^{st}(\varphi_r) = \begin{bmatrix} 4 & 1 & r & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

jest epimorfizmem?

Zad 5.

a) Znaleźć wszystkie macierze $X \in M_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ które spełniają

$$X \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X.$$

b) Znaleźć wszystkie macierze $X \in M_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ które spełniają

$$AX = XA$$

dla dowolnej macierzy $A \in M_{3 \times 3}(\mathbb{R})$.