

Topologia, Seria 4:

Zadanie 1.

Dla $q \in \mathbb{Q} \cap (0, 1)$ niech

$$I_q = \{(q, t) \in \mathbb{R}^2 \mid t \in [0, q]\}.$$

Rozważmy podzbiór płaszczyzny

$$X = \left(\bigcup_{q \in \mathbb{Q} \cap (0, 1)} I_q \right) \cup ([0, 1] \times \{0\}) \cup ([0, 1] \times \{1\}).$$

- a) Udowodnić, że X jest spójny.
- b) Udowodnić, że X nie jest łukowo spójny.

Zadanie 2.

Niech (X, d) będzie spójną przestrzenią metryczną. Załóżmy, że X ma co najmniej 2 punkty. Udowodnić, że zbiór X jest nieprzeliczalny.

Zadanie 3.

Niech X zbiorem nieskończonym. Rozważmy topologię koskończą na X . Pokaż, że X z tą topologią jest quasi-zwarty.

Zadanie 4.

Rozważmy zbiór liczb naturalnych $\mathbb{N}$ z topologią:

$$\mathcal{T} := \{\emptyset, \{0\}, \{0, 1\}, \{0, 1, 2\}, \dots\} \cup \{\mathbb{N}\}$$

Czy przestrzeń $(\mathbb{N}, \mathcal{T})$ jest quasi-zwarta?