



Zadania domowe IV

WSTĘP DO MATEMATYKI
NA 18 GRUDNIA 2019

ZADANIE 1

Pokaż, że dowolna rodzina niepustych parami rozłącznych podzbiorów zbioru przeliczalnego jest przeliczalna.

ZADANIE 2

Zbiory X i Y są takie, że Y^X jest równoliczny z \mathbb{N} . Uzasadnij, że X jest niepusty skończony zaś Y jest przeliczalny.
Wskazówka: co stałoby się, gdyby X był nieskończony?

ZADANIE 3

Rozstrzygnij, które z poniższych zbiorów są równoliczne z \mathbb{R} :

1. zbiór wszystkich punktów płaszczyzny \mathbb{R}^2 o obu współrzędnych wymiernych,
2. zbiór wszystkich punktów płaszczyzny \mathbb{R}^2 o dokładnie jednej współrzędnej wymiernej,
3. zbiór wszystkich punktów płaszczyzny \mathbb{R}^2 o obu współrzędnych niewymiernych.

Wskazówka: na ćwiczeniach pokazaliśmy, że zbiór liczb niewymiernych jest równoliczny z \mathbb{R} .

ZADANIE 4

Pokaż, że zbiór

$$\mathcal{A} := \{A \subset \mathbb{N} : |A| = |\mathbb{N} \setminus A|\}$$

jest równoliczny ze zbiorem liczb rzeczywistych.

Wskazówka: znajdź funkcję różnowartością $2^{\mathbb{N}} \rightarrow \mathcal{A}$.