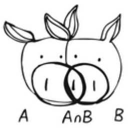

Funkcje III

WSTĘP DO MATEMATYKI
13 LISTOPADA 2019

ZADANIE 1
Dane są zbiory X, Y, Z i odwzorowania $f\colon X \to Y$ oraz $g\colon Y \to Z$. Oznaczmy przez $g \circ f\colon X \to Z$ złożenie tych funkcji. Które z poniższych zdań są prawdziwe?

1. Jeśli $g \circ f$ jest „na”, to f jest „na”.
2. Jeśli $g \circ f$ jest „na”, to g jest „na”.
3. Jeśli $g \circ f$ jest injektywna, to f jest injektywna.
4. Jeśli $g \circ f$ jest injektywna, to g jest injektywna.

Funkcję $f\colon X \to Y$ nazywamy *bijekcją* jeśli jest ona różnowartościowa oraz „na”.

ZADANIE 2
Niech $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{Z}$ będzie zadana wzorem

$$f(n) = \begin{cases} k & \text{jeśli } n = 2k \text{ jest parzyste} \\ -k-1 & \text{jeśli } n = 2k+1 \text{ jest nieparzyste.} \end{cases}$$

Czy ta funkcja jest bijekcją?
Uwaga: $0 \in \mathbb{N}$*, przynajmniej w tym zadaniu.*

ZADANIE 3
Wskaż bijekcję pomiędzy zbiorami A i B, gdzie

1. $A = \mathbb{N}$, $B = \mathbb{N} \setminus \{0\}$,
2. $A = \mathbb{Z}$, $B = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$,
3. $A = \mathbb{N}$, $B = \mathbb{N} \setminus \{13, 11, 2019\}$.
4. $A = \left\{\frac{1}{n+1} : n \in \mathbb{N}\right\}$, $B = \left\{\frac{1}{n+2} : n \in \mathbb{N}\right\}$.

ZADANIE 4
Czy dla dowolnych niepustych zbiorów X, Y i dowolnej funkcji $f\colon X \to Y$ różnowartościowej prawdą jest, że dla wszystkich $A, B \subset X$ zachodzi $f[A] \cap f[B] = f[A \cap B]$?