



Funkcje i ich własności

WSTĘP DO MATEMATYKI — FUNKCJE
6 LISTOPADA 2019

ZADANIE 1

Sprawdź, czy dana funkcja $f: X \rightarrow Y$ jest różnowartościowa i jest na Y . Jeśli nie jest na znajdź $R_f := f[X]$.

1. $X = \mathbb{N}^2, Y = \mathbb{N}, f(n, m) = 2^n \cdot 3^m$,
2. $X = \mathbb{N}^2, Y = \mathbb{N}, f(n, m) = 2^n \cdot 4^m$,
3. $X = P(\mathbb{N}) \setminus \{\emptyset\}, Y = \mathbb{N}, f(A) = \min(A)$,
4. $X = \mathbb{Q}, Y = P(\mathbb{Q}), f(p) = \{q \in \mathbb{Q}, q < p\}$.

ZADANIE 2

Niech \mathcal{A} będzie pewną niepustą rodziną zbiorów. Czy funkcja f określona na \mathcal{A} wzorem $f(A) = P(A)$ jest różnowartościowa?

ZADANIE 3

Dla danej funkcji $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ oraz $A \subset \mathbb{R}^2$ i $B \subset \mathbb{R}$ znajdź $f[A]$ oraz $f^{-1}[B]$:

1. $f(x, y) = xy, A = (-1, 1] \times [-2, 2), B = [0, 1)$,
2. $f(x, y) = x - y, A = (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})^2, B = (0, 1]$.

ZADANIE 4

Niech A będzie zbiorem skończonym o a elementach zaś B będzie zbiorem skończonym o b elementach. W zależności od a i b znajdź liczbę funkcji z A do B :

1. wszystkich,
2. będących „na”,
3. różnowartościowych,
4. „na” oraz różnowartościowych.

ZADANIE 5

Dana jest pewna funkcja $f: A \rightarrow B$. Czy prawdą jest, że

1. $C \subseteq f^{-1}[f[C]]$ dla każdego podzbioru $C \subset A$?
2. $f[f^{-1}[D]] = D$ dla każdego podzbioru $D \subset B$?
3. $f[A \cap f^{-1}[B]] = f[A] \cap B$?
4. $f[f^{-1}[D]] = D$ dla każdego podzbioru $D \subset B$ jeśli f jest na?