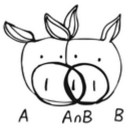

Relacje

WSTĘP DO MATEMATYKI — FUNKCJE I RELACJE

30 PAŹDZIERNIKA 2019

ZADANIE 1

Czy istnieją podzbiory $A_n, B_n \subset \mathbb{N}$ dla $n \in \mathbb{N}$ takie, że $\bigcap_{n\in\mathbb{N}}(A_n \cup B_n) = \mathbb{N}$ ale

$$\left(\bigcap_{n\in\mathbb{N}} A_n\right) \cup \left(\bigcap_{n\in\mathbb{N}} B_n\right) = \emptyset?$$

ZADANIE 2

Niech funkcja $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ będzie dana wzorem $f(x) = \cos(x)$. Wyznacz

$$\bigcap_{n=0}^{\infty} f[A_n],$$

gdzie $A_n = (n-3, n+4)$.
Uwaga: x jest tutaj liczony w radianach tzn. 360° *odpowiada* 2π, *np.* $f(\pi/3) = \cos(60^\circ) = 1/2$. *Ponadto* $f[A] := \{f(a) : a \in A\}$.

ZADANIE 3

Rozstrzygnij, czy dany zbiór jest funkcją. Jeśli tak, to podaj jej dziedzinę i zbiór wartości.

1. $\left\{\langle x, y\rangle \in \mathbb{R}^2 : x = y^2\right\}$,
2. $\left\{\langle x, y\rangle \in \mathbb{R}^2 : x = 2^y\right\}$,
3. $\{\langle X, y\rangle \in \mathbb{P}(\mathbb{N}) \times \mathbb{N} : y \in X \wedge \forall_{x\in X}(y \leqslant x)\}$,
4. $\{\langle X, Y\rangle : X \cup Y = \mathbb{N}\}$.

ZADANIE 4

Dla $k, n \in \mathbb{N}$ niech $A_{k,n} = \left\{f \in \mathbb{N}^{\mathbb{N}} : f(n) \leqslant k\right\}$. Czy zachodzi

1. $\bigcap_{k=0}^{\infty} \bigcap_{n=0}^{\infty} A_{k,n} = \emptyset$?
2. $\bigcap_{k=0}^{\infty} \bigcup_{n=0}^{\infty} A_{k,n} = \bigcup_{n=0}^{\infty} \bigcap_{k=0}^{\infty} A_{k,n}$?