



Zbiory i rodziny zbiorów

WSTĘP DO MATEMATYKI
16 PAŹDZIERNIKA 2019

Przypominam, że $A \triangle B := (A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$ nazywamy *różnicą symetryczną zbiorów*.

ZADANIE 1

Które z poniższych zdań są prawdziwe?

1. Dla każdego zbiorów A, B, C, D takich, że $A \cap B \neq \emptyset, B \cap C \neq \emptyset, C \cap D \neq \emptyset$ zachodzi $A \cap D \neq \emptyset$?
2. Dla każdego zbiorów A, B, C, D takich, że $A \cap B \neq \emptyset, C \cap B \neq \emptyset, D \cap B \neq \emptyset$ zachodzi $A \triangle C \neq \emptyset$?

ZADANIE 2

Niech $X = \{\mathbb{N}, \{\mathbb{N}\}\}$. Które z poniższych stwierdzeń są prawdziwe?

1. $\mathbb{N} \in X$.
2. $\mathbb{N} \subseteq X$.
3. $\{\mathbb{N}\} \subseteq X$.
4. $\{\mathbb{N}\} \in X$.

Czy istnieje zbiór X dla którego *wszystkie* powyższe stwierdzenia są prawdziwe?

ZADANIE 3

Czy prawdą jest, że dla dowolnych zbiorów A, B, C zachodzi

1. $A \cup B = (A \triangle B) \triangle (A \cap B)$?
2. $(A \setminus B) \cup B = A$?
3. $(A \triangle B) \triangle C = A \triangle (B \triangle C)$?
4. $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$?
5. Jeśli $A \triangle B = C$, to $B = A \triangle C$?

ZADANIE 4

Czy istnieje zbiór B taki, że dla każdego zbioru A zachodzi $A \cup B = A$?

ZADANIE 5

Czy istnieją zbiory skończone A i B takie, że $|A \cap B| + |A \cup B| > |A| + |B|$?

ZADANIE 6

Udowodnij, że dla dowolnych zbiorów A i B , zachodzi równoważność $A \subseteq B$ wtedy i tylko wtedy, gdy $P(A) \subseteq P(B)$.

ZADANIE 7

Czy istnieje zbiór skończony A taki, że $A \subseteq P(A)$? Czy istnieje zbiór skończony A taki, że $P(A) \subseteq A$?

ZADANIE 8

Czy istnieje zbiór skończony A taki, że $\bigcup A \subseteq A$?