



Kwantyfikatory i zbiory

WSTĘP DO MATEMATYKI
9 PAŹDZIERNIKA 2019

ZADANIE 1

Czy $\neg(p \vee q) \iff ((\neg p) \vee (\neg q))$ jest tautologią? Czy $\neg(p \vee q) \iff ((\neg p) \wedge (\neg q))$ jest tautologią?

ZADANIE 2

Rozstrzygnij, czy prawdziwe są następujące zdania:

1. $\forall n \in \mathbb{N} \exists m \in \mathbb{N} n = m - 1$
2. $\exists m \in \mathbb{N} \forall n \in \mathbb{N} n = m - 1$
3. $\forall n \in \mathbb{N} \exists m \in \mathbb{N} n = m + 1$
4. $\exists X$ zbiór $\neg \exists y, y \in X$
5. $\forall n \in \mathbb{N} \exists p$ liczba pierwsza $p > n$
6. \forall_A zbiór $(A \subset \mathbb{R} \wedge \exists n \in \mathbb{N} n \in A) \implies \mathbb{N} \subset A$
7. $\forall r \in \mathbb{R} \exists q \in \mathbb{Q} |7 - q| < r$.
8. $\forall r \in \mathbb{R}_{>0} \exists q \in \mathbb{Q} |7 - q| < r$.
9. $\forall r \in \mathbb{R}_{>0} \exists q \in \mathbb{Q} |\pi - q| < r$.

ZADANIE 3

Zapisz negację zdania

1. $\forall n \in \mathbb{N} \exists m \in \mathbb{N} n = m - 1$,
2. $\exists k \in \mathbb{N} \forall n \in \mathbb{N} \exists p, q \in \mathbb{N}$, liczby pierwsze $(p, q > n \wedge |p - q| < k)$.

bez użycia symbolu \neg .

ZADANIE 4

Naszkicuj w układzie współrzędnych zbiory $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$ oraz $A \Delta B$, jeśli

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \leq 1\},$$

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x - 1)^2 + (y - 1)^2 < 1\}.$$

Czy jest prawdziwa implikacja $\forall x, y \in \mathbb{R} ((x, y) \in A \implies (y, x) \in A)$? Czy jest prawdziwa implikacja $\forall x, y \in \mathbb{R} ((x, y) \in B \implies (1 - x, 1 - y) \in B)$?

ZADANIE 5

Wskaż wszystkie elementy i podzbiory każdego z następujących zbiorów:

1. $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$.
2. $\{\mathbb{N}, \{\mathbb{N}\}\}$.

ZADANIE 6

Czy prawdą jest, że dla dowolnych zbiorów A, B, C zachodzi

1. $A \cup B = (A \Delta B) \Delta (A \cap B)$?
2. $(A \setminus B) \cup B = A$?
3. $(A \Delta B) \Delta C = A \Delta (B \Delta C)$?
4. $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$?
5. Jeśli $A \Delta B = C$, to $B = A \Delta C$?

ZADANIE 7

Udowodnij, że dla dowolnych zbiorów A i B , zachodzi równoważność $A \subset B$ wtedy i tylko wtedy, gdy $P(A) \subset P(B)$.