



[](#)
[Zadania PDF.](#)

Źródło zadań w texu.

```
documentclass[10pt, a4paper]{article} usepackage{amssymb} usepackage{amsmath}
usepackage{amsthm} usepackage[textwidth=16cm, textheight=24cm]{geometry}
usepackage[polish]{babel} usepackage[utf8]{inputenc} usepackage[T1]{fontenc}
usepackage{polski} usepackage{graphicx} usepackage{enumitem}
setenumerate{itemsep=2pt,topsep=2pt,parsep=0pt,partopsep=0pt} usepackage[pdfborder={0 0
0}]{hyperref} %usepackage{MnSymbol} % -----
vfuzz4pt % Don't report over-full v-boxes if over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full
h-boxes if over-edge is small % THEOREMS -----
newtheorem{thm}{Twierdzenie} newtheorem{cor}[thm]{Wniosek}
newtheorem{lem}[thm]{Lemat} newtheorem{defn}[thm]{Definicja}
newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość} newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza}
newcommand{HRule}{rule{linewidth}{0.2mm}} renewcommand{section}[1]{
%vspace*{-1.5cm} stepcounter{section}% begin{center}% begin{minipage}{2.5cm}
includegraphics[origin=c,width=2.5cm]{headpicture}
end{minipage}begin{minipage}{sectionwidth} begin{center} {Huge bfseries
center #1} vskip 1mm small normalfont sc author{\
date{} end{center} end{minipage} end{center} HRule }
newenvironment{sol}[1][Rozwiązanie. ]{ vskip 3mm noindentemph{#1} } { }
newcounter{problem} newenvironment{problem}[1][{}]{ stepcounter{problem} vskip 3mm
noindent{textsc{bfseries Zadanie theproblem}} #1}} { } pagestyle{empty}
defabs #1{leftvert #1rightvert} renewcommand{angle}{sphericalangle}
renewcommand{vec}[1]{overrightarrow{#1}} renewcommand{leq}{leqslant}
renewcommand{geq}{geqslant} renewcommand{dots}{ldots} defsectionwidth{15cm}
defheadpicture{../micek-2cm.jpg} defauthor{kółko I~LO Białystok} defdate{25
października 2013} begin{document} section{Mix teorio-liczbowy I} emph{Zadania
wzięte m.in. ze Staszica i~kółka uniwersyteckiego z~Zielonej Góry. Dziękuję!} Teoria
```

Teoria liczb -- powtórzenie

Wpisany przez Joachim Jelisiejew
piątek, 25 października 2013 18:38 -

na dziś: małe twierdzenie Fermata i~tw. chińskie o~resztach. Ale przydają się tylko
w~niektórych zadaniach :) $\lfloor \#1 \rfloor$ $\lceil \#1 \rceil$ $\begin{cases} \text{problem} \end{cases}$
Znajdź wszystkie x rzeczywiste, spełniające równanie $4x^2 - 4\lfloor x \rfloor + 31 = 0$.
 $\text{emph}\{\text{Symbol } \lfloor x \rfloor \text{ oznacza największą liczbę całkowitą nie większą od } x.\}$ $\begin{cases} \text{problem} \end{cases}$ Jaką resztę z~dzielenia przez 21 daje
liczba $2^{2^{2^{2^2}}}$? $\begin{cases} \text{problem} \end{cases}$ $\begin{cases} \text{problem} \end{cases}$ Udowodnij, że
liczba 513^2 dzieli liczbę $514^{514} - 514^2 + 514 - 1$. $\begin{cases} \text{problem} \end{cases}$
 $\begin{cases} \text{problem} \end{cases}$ Wskaż największą liczbę naturalną D taką, że dzieli ona liczbę
 $n^6 - n^2$ dla dowolnego n naturalnego. $\begin{cases} \text{problem} \end{cases}$ $\begin{cases} \text{problem} \end{cases}$
Liczba pierwsza p dzieli liczbę $\underbrace{11\dots11}_{\text{jedynek}}$. Uzasadnij,
że $p = 3$. $\begin{cases} \text{problem} \end{cases}$ $\begin{cases} \text{problem} \end{cases}$ Scharakteryzuj liczby naturalne
niewystępujące w~ciągu a_0, a_1, a_2, \dots , gdzie $a_n = n + \lfloor \sqrt{n} \rfloor +$
 $\frac{1}{2}$. $\text{emph}\{\text{Symbol } \lfloor x \rfloor \text{ oznacza największą liczbę całkowitą nie}$
 $\text{większą od } x.\}$ $\begin{cases} \text{problem} \end{cases}$ $\begin{cases} \text{problem} \end{cases}$ Liczby a, b, c, d, e, f są
całkowite dodatnie. Udowodnij, że jeśli $a^3 + b^3 = c^3 + d^3 = e^3 + f^3$, to liczba a
 $+ b + c + d + e + f$ jest złożona. $\begin{cases} \text{problem} \end{cases}$ $\begin{cases} \text{problem} \end{cases}$ Czy wśród
liczb $10^n + 3$, gdzie $n=0, 1, 2, \dots$, występuje nieskończenie wiele liczb
złożonych? $\begin{cases} \text{problem} \end{cases}$ $\begin{cases} \text{problem} \end{cases}$ Czy istnieją dwie kolejne liczby
naturalne, z~których każda ma co najmniej 2013 różnych dzielników?
 $\text{emph}\{\text{Wskazówka: chińskie twierdzenie o~resztach.}\}$ $\begin{cases} \text{problem} \end{cases}$ $\begin{cases} \text{problem} \end{cases}$
Czy istnieją dwie kolejne liczby naturalne, z~których każda ma co najmniej 2013
różnych dzielników pierwszych? $\begin{cases} \text{problem} \end{cases}$ $\begin{cases} \text{problem} \end{cases}$ $\end{\document}$