Powtórzenie z geometrii - foremne

Wpisany przez Joachim Jelisiejew
piątek, 25 października 2013 18:36 -

** **
Zadania PDF.

Źródło zadań w texu.

% File: zadania.tex % Created: Fri Oct 18 09:00 AM 2013 C % Last Change: Fri Oct 18 09:00 AM 2013 C documentclass[10pt, a4paper]{article} usepackage{amssymb} usepackage{amsmath} usepackage{amsthm} usepackage[textwidth=16cm, textheight=26cm]{geometry} usepackage[polish]{babel} usepackage[utf8]{inputenc} usepackage[T1]{fontenc} usepackage{polski} usepackage{graphicx} usepackage{enumitem} setenumerate{itemsep=2pt,topsep=2pt,parsep=0pt,partopsep=0pt} usepackage[pdfborder={0 0 0}]{hyperref} %usepackage{MnSymbol} % -- vfuzz4pt % Don't report over-full v-boxes if over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full h-boxes if over-edge is small % THEOREMS --- newtheorem{thm}{Twierdzenie} newtheorem{cor}[thm]{Wniosek} newtheorem{lem}[thm]{Lemat} newtheorem{defn}[thm]{Definicja} newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość} newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza} newcommand{HRule}{rule{linewidth}{0.2mm}} renewcommand{section}[1]{ %vspace*{-1.5cm} stepcounter{section}% begin{center}% begin{minipage}{2.5cm} includegraphics[origin=c,width=2.5cm]{headpicture} end{minipage}begin{minipage}{sectionwidth} begin{center} {Huge bfseries center #1} vskip 1mm small normalfont sc author{}\ date{} end{center} end{minipage} end{center} HRule } newenvironment{sol}[1][Rozwiązanie.]{ vskip 3mm noindentemph{#1} } { } newcounter{problem} newenvironment{problem}[1][]{ stepcounter{problem} vskip 3mm noindent{textsc{{bfseries Zadanie theproblem{}} #1}}\} { } pagestyle{empty} defabs #1{leftvert #1rightvert} renewcommand{angle}{sphericalangle} renewcommand{vec}[1]{overrightarrow{#1}} renewcommand{leq}{leqslant} renewcommand{geq}{geqslant} renewcommand{dots}{ldots} defsectionwidth{9cm} defheadpicture{30kat} defauthor{kółko I~LO Białystok} defdate{18 października 2013} begin{document} section{Geometria foremna} subsection*{Nieco prostsze} begin{problem} Uzasadnij, że punkt przecięcia wysokości trójkąta ostrokątnego jest środkiem okręgu wpisanego w~trójkąt, którego wierzchołkami są spodki wysokości. Czy coś zmieni się, jeżeli odrzucimy założenie ostrokątności? end{problem} begin{problem} Punkt P leży wewnątrz kwadratu $ABCD$ i~jest taki, że trójkąt APB ma miary kątów $ angle PAB = angle PBA = 15^circ$. Oblicz miary kątów $ triangle CDP$. end{problem} begin{problem} Oznaczmy przez b, c długości boków AB, AC trójkąta ABC. begin{enumerate} item Niech D będzie punktem przecięcia dwusiecznej $ angle BAC$ z~bokiem BC. Oblicz BD/CD w~zależności od~b, c. item $star$ Prosta ell jest emph{symedianą} z~wierzchołka A w~trójkącie ABC tzn. odbiciem środkowej AM względem dwusiecznej kąta $ angle BAC$. Niech E będzie punktem przecięcia ell z~bokiem BC. Oblicz BD/CD w~zależności od~b, c. end{enumerate} end{problem} begin{problem} Na bokach trójkąta ostrokątnego ABC zbudowano, po zewnętrznej stronie, kwadraty $ABD_1 D_2, BCE_2 E_1$. Uzasadnij, że proste $AE_1, CD_1, E_2 D_2$ mają punkt wspólny. end{problem} begin{problem} Znajdź największy wspólny dzielnik wszystkich liczb postaci $7^{n + 2} + 8^{2n + 1}$, gdzie n jest całkowite nieujemne. end{problem} begin{problem} Dla liczby całkowitej dodatniej n wyznaczyć największą liczbę $k = k(n)$ o~tej własności, że w~zbiorze n elementowym można wybrać k różnych podzbiorów, spośród których każde dwa mają niepuste przecięcie. end{problem} subsection*{Trudniejsze} begin{problem} Ciąg ${p_n}$ określony jest następująco: $p_1 = 2, p_2 = 3$ oraz p_n jest największym dzielnikiem pierwszym liczby $p_1dots p_{n-1} + 1$. Czy ciąg ${p_n}$ zawiera wszystkie liczby pierwsze? end{problem} begin{problem} Dany jest~dziewięciokąt foremny $A_1 A_2dots A_9$. Punkt P jest środkiem mniejszego łuku $A_2 A_3$, zaś M jest środkiem odcinka $A_7 A_8$. begin{enumerate} item Uzasadnij, że proste $A_6 P, A_1 A_5, A_4 A_8$ przecinają się w~jednym punkcie E. Oblicz miarę $ angle A_9 EA_8$. item Uzasadnij, że proste $A_5 A_9, A_6 A_{1}, A_3 M$ przecinają się w~jednym punkcie. end{enumerate} end{problem} begin{problem}[$star$] Punkt M jest środkiem boku AB trójkąta ABC. Punkt D leży wewnątrz tego trójkąta i~spełnia warunki: $ angle DAC = angle ABC, angle DCA = angle BCM$. Wykazać, że prosta DM jest równoległa do prostej BC. end{problem} begin{problem}[$starstar$, bo zrobiłem sinusami :)] Na bokach BC i~AC trójkąta ABC wybrano odpowiednio punkty D i~E tak, że zachodzą równości $ angle BAD = 50^circ, angle ABE = 30^circ$. Obliczyć miarę $angle BED$, jeśli $ angle ABC = angle ACB = 50^circ$. end{problem} begin{problem}[:)] Udowodnij, że w 30-kącie foremnym przekątne $A_1 A_{19}, A_3 A_{24} hbox{ oraz } A_8 A_{28}$ przecinają się w jednym punkcie. end{problem} end{document}