

## Choinkółko, czyli ostatni dzień przed feriami to dzień z matmą!

Wpisany przez Joachim Jelisiejew  
piątek, 20 grudnia 2013 22:55 -

---



[&nbsp;](#)  
[Zadania PDF.](#)

### Źródło zadań w texu.

```
% File: choinkolko.tex % Created: Fri Dec 20 09:00 AM 2013 C % Last Change: Fri
Dec 20 09:00 AM 2013 C documentclass[10pt, a4paper]{article} usepackage{amssymb}
usepackage{amsmath} usepackage{amsthm} usepackage[textwidth=16cm,
textheight=24cm]{geometry} usepackage[polish]{babel} usepackage[utf8]{inputenc}
usepackage[T1]{fontenc} usepackage{polski} usepackage{graphicx} usepackage{enumitem}
setenumerate{itemsep=2pt,topsep=2pt,parsep=0pt,partopsep=0pt} usepackage[pdfborder={0 0
0}]{hyperref} %usepackage{MnSymbol} % -----
vfuzz4pt % Don't report over-full v-boxes if over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full
h-boxes if over-edge is small % THEOREMS -----
newtheorem{thm}{Twierdzenie} newtheorem{cor}[thm]{Wniosek}
newtheorem{lem}[thm]{Lemat} newtheorem{defn}[thm]{Definicja}
newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość} newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza}
newcommand{HRule}{rule{linewidth}{0.2mm}} renewcommand{section}[1]{
%vspace*{-1.5cm} stepcounter{section}% begin{center}% begin{minipage}{2.5cm}
includegraphics[origin=c,width=2.5cm]{headpicture}
end{minipage}begin{minipage}{sectionwidth} begin{center} {Huge bfseries
center #1} vskip 1mm small normalfont sc author}\
date{} end{center} end{minipage} end{center} HRule }
newenvironment{sol}[1][Rozwiązanie. ]{ vskip 3mm noindentemph{#1} } { }
newcounter{problem} newenvironment{problem}[1][{}]{ stepcounter{problem} vskip 3mm
noindent{textsc{{bfseries Zadanie theproblem{}} #1}} } { } pagestyle{empty}
defabs #1{leftvert #1rightvert} renewcommand{angle}{sphericalangle}
renewcommand{vec}[1]{overrightarrow{#1}} renewcommand{leq}{leqslant}
renewcommand{geq}{geqslant} renewcommand{dots}{\ldots} defsectionwidth{7cm}
defheadpicture{choinkolko.jpg} defauthor{kółko l~LO Białystok} defdate{20 grudnia 2013}
begin{document} section{Choinkółko} begin{problem}[grudniowe kółko PG]
```

## Choinkółko, czyli ostatni dzień przed feriami to dzień z matmą!

Wpisany przez Joachim Jelisiejew  
piątek, 20 grudnia 2013 22:55 -

---

Wyznacz wszystkie wielomiany  $A(x)$ ,  $B(x)$ ,  $C(x)$ ,  $D(x)$  spełniające dla wszystkich liczb rzeczywistych warunki

$A(0) = 0$ ,  $A(x) = \frac{1}{2} \left( A(x-1) + A(x+1) \right)$ ,  
 $B(x-1) = (x-2)B(x)$ ,  
 $C(x^2) = C(x)^2$ ,  
 $D(x^2 - 2x) = (D(x-2))^2$ .

Wielomian  $P(x)$  o współczynnikach całkowitych ma cztery różne pierwiastki całkowite. Czy może on przyjąć wartość  $P(x) = 5$  dla pewnej liczby całkowitej  $x$ ?

Wielomian  $w(x)$  ma współczynniki całkowite oraz  $|\text{abs}\{w(p)\} = \text{abs}\{w(q)\} = 1$  dla liczb całkowitych  $p < q$ . Uzasadnij, że jeśli  $a$  jest pierwiastkiem wymiernym  $w(x)$ , to  $a = (p+q)/2$ . Czy teza zadania pozostanie prawdziwa bez założenia, że  $w(x)$  ma współczynniki całkowite?

Liczby rzeczywiste  $x, y, z$  spełniają układ równań

$$\begin{cases} x + y + z = 6, \\ xy + yz + zx = 11, \\ xyz = 6. \end{cases}$$

Oblicz te liczby.

Rozstrzygnij, czy istnieje wielomian  $W(x)$  o współczynnikach całkowitych spełniający

$$W(20) = 12 \quad \text{oraz} \quad W(2013) = 2014.$$

Wielomian  $W(x)$  o współczynnikach rzeczywistych przyjmuje wartość całkowitą dla każdej liczby całkowitej. Czy prawdą jest, że współczynniki  $W(x)$  są całkowite?

Czy istnieje wielomian o współczynnikach całkowitych, którego wartość dla każdej liczby parzystej jest liczbą pierwszą?