** **
Zadania PDF.

Źródło zadań w texu.

% File: ekstreme.tex % Created: Tue Nov 27 12:00 PM 2012 C % Last Change: Tue Nov 27 12:00 PM 2012 C documentclass[10pt, a4paper]{article} usepackage{amssymb} usepackage{amsmath} usepackage{amsthm} usepackage[textwidth=16cm, textheight=24cm]{geometry} usepackage[polish]{babel} usepackage[utf8]{inputenc} usepackage[T1]{fontenc} usepackage{polski} usepackage{graphicx} usepackage{enumitem} setenumerate{itemsep=2pt,topsep=2pt,parsep=0pt,partopsep=0pt} usepackage[pdfborder={0 0 0}]{hyperref} %usepackage{MnSymbol} % -- vfuzz4pt % Don't report over-full v-boxes if over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full h-boxes if over-edge is small % THEOREMS --- newtheorem{thm}{Twierdzenie} newtheorem{cor}[thm]{Wniosek} newtheorem{lem}[thm]{Lemat} newtheorem{defn}[thm]{Definicja} newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość} newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza} newcommand{HRule}{rule{linewidth}{0.2mm}} renewcommand{section}[1]{ %vspace*{-1.5cm} stepcounter{section}% begin{center}% begin{minipage}{2.5cm} includegraphics[origin=c,width=2.5cm]{headpicture} end{minipage}begin{minipage}{sectionwidth} begin{center} {Huge bfseries center #1} vskip 1mm small normalfont sc author{}\ date{} end{center} end{minipage} end{center} HRule } newenvironment{sol}[1][Rozwiązanie.]{ vskip 3mm noindentemph{#1} } { } newcounter{problem} newenvironment{problem}[1][]{ stepcounter{problem} vskip 3mm noindent{textsc{{bfseries Zadanie theproblem{}} #1}}\} { } pagestyle{empty} defabs #1{leftvert #1rightvert} renewcommand{angle}{sphericalangle} renewcommand{vec}[1]{overrightarrow{#1}} renewcommand{leq}{leqslant} renewcommand{geq}{geqslant} renewcommand{dots}{ldots} defsectionwidth{8cm} defheadpicture{../micek-2cm.jpg} defauthor{kółko I~LO Białystok} defdate{27 listopada 2012} begin{document} section{Největší prvek\hspace{1em}{large czyli największy element {tiny chyba:)}}} W~wielu zadaniach, zwłaszcza gdy mamy wiele lub nieskończenie wiele elementów, warto patrzeć na szczególne elementy: największą/najmniejszą liczbę, największe pole/obwód itd. Zrozumieć powyższy bełkot można tylko robiąc zadania. begin{problem} W~każde pole nieskończonej szachownicy wpisano liczbę całkowitą dodatnią, przy czym każda liczba jest średnią arytmetyczną liczb na polach sąsiadujących bokiem z~jej polem. Udowodnij, że wszystkie liczby są równe. end{problem} begin{problem} Przemek rzucił na stół swoją wygraną w~Drużynowym Konkursie Programistycznym, która składała się z~garści monet o~parami różnych nominałach. Żadna z~monet nie upadła na inną. begin{enumerate} item Udowodnij, że pewna moneta była styczna do co najwyżej pięciu innych. item Ile maksymalnie wynosiłaby wygrana Przemka, jeżeli byłaby ona wydana w~złotówkach :)? end{enumerate} end{problem} begin{problem} Kozik nudząc się zapisał (w~systemie dziesiętnym) kolejne liczby od 1 do n na rolce papieru toaletowego. Jacek przyszedłszy powiedział, że napis był palindromem. Dla których n było to możliwe? end{problem} begin{problem}[trzeba coś zgadnąć] Na szachownicy rozmiaru $n times n$ zapisano w~pewnym porządku liczby od 1 do n^2. Niech K oznacza największą spośród różnic pomiędzy elementami sąsiadującymi (bokiem lub po przekątnej). Oszacuj z~dołu, w~zależności od n, liczbę K. Podaj przykład, że oszacowanie jest dokładne. end{problem} begin{problem} Zbiór $I subseteq mathbb{Z}$ spełnia następujące warunki begin{enumerate} item Jeżeli $a, bin I$ to $a + bin I$ oraz $a-b in I$. item Jeżeli $ain I$ oraz $rin mathbb{Z}$ to $rain I$. end{enumerate} Sprawdź, że zbiory wielokrotności liczby naturalnej s spełniają te warunki. Uzasadnij, że zbiór I spełniający te warunki jest zbiorem wielokrotności pewnej liczby naturalnej. emph{Podzbiory I o~ww. własnościach nazywa się ideałami. Można rozważać dla nich kongruencje $mod I$ zdefiniowane przez $a equiv bmod I iff a-bin I$. Zwykłe kongruencje $mod n$ to dokładnie kongruencje $mod mathbb{Z}n$, gdzie $mathbb{Z}n$ to zbiór liczb podzielnych przez n, to zadanie mówi, że nie ma innych w~$mathbb{Z}$.} end{problem} begin{problem} Korzystając z~poprzedniego zadania udowodnij, że największy wspólny dzielnik D liczb $a_1,dots,a_n$ można zapisać jako $D = c_1a_1 + dots + c_na_n$, gdzie $c_1,dots, c_n$ są liczbami całkowitymi. end{problem} begin{problem} Niech m, n będą takimi liczbami całkowitymi, że w~zbiorze ${1, 2, dots, n}$ znajduje się dokładnie m liczb pierwszych. Dowieść, że wśród dowolnych $m+1$ liczb z~tego zbioru można znaleźć taką, która jest dzielnikiem iloczynu pozostałych m liczb. end{problem} end{document}