Równania diofantyczne

Wpisany przez Joachim Jelisiejew
wtorek, 05 marca 2013 17:44 -

** **
Zadania PDF.

Źródło zadań w texu.

% File: diofantyczne.tex % Created: Tue Mar 05 11:00 AM 2013 C % Last Change: Tue Mar 05 11:00 AM 2013 C documentclass[10pt, a4paper]{article} usepackage{amssymb} usepackage{amsmath} usepackage{amsthm} usepackage[textwidth=16cm, textheight=24cm]{geometry} usepackage[polish]{babel} usepackage[utf8]{inputenc} usepackage[T1]{fontenc} usepackage{polski} usepackage{graphicx} usepackage{enumitem} setenumerate{itemsep=2pt,topsep=2pt,parsep=0pt,partopsep=0pt} usepackage[pdfborder={0 0 0}]{hyperref} %usepackage{MnSymbol} % -- vfuzz4pt % Don't report over-full v-boxes if over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full h-boxes if over-edge is small % THEOREMS --- newtheorem{thm}{Twierdzenie} newtheorem{cor}[thm]{Wniosek} newtheorem{lem}[thm]{Lemat} newtheorem{defn}[thm]{Definicja} newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość} newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza} newcommand{HRule}{rule{linewidth}{0.2mm}} renewcommand{section}[1]{ %vspace*{-1.5cm} stepcounter{section}% begin{center}% begin{minipage}{2.5cm} includegraphics[origin=c,width=2cm]{headpicture} end{minipage}begin{minipage}{sectionwidth} begin{center} {Huge bfseries center #1} vskip 1mm small normalfont sc author{}\ date{} end{center} end{minipage} end{center} HRule } newenvironment{sol}[1][Rozwiązanie.]{ vskip 3mm noindentemph{#1} } { } newcounter{problem} newenvironment{problem}[1][]{ stepcounter{problem} vskip 3mm noindent{textsc{{bfseries Zadanie theproblem{}} #1}}\} { } pagestyle{empty} defabs #1{leftvert #1rightvert} renewcommand{angle}{sphericalangle} renewcommand{vec}[1]{overrightarrow{#1}} renewcommand{leq}{leqslant} renewcommand{geq}{geqslant} renewcommand{dots}{ldots} defsectionwidth{6cm} defheadpicture{diofantos.jpg} defauthor{kółko I~LO Białystok} defdate{5 marca 2013} begin{document} section{Diofantyczne} emph{Potrzebna teoria ogranicza się do kongruencji i~jest zawarta w~emph{123}$infty$.} subsection*{Zestaw pierwszy, z~sosem łagodnym} begin{problem} Niech x, y, z będą liczbami całkowitymi. Wykaż, że jeżeli $7big|x^3 + y^3 + z^3$, to $7big|xyz$. end{problem} begin{problem} Wykaż, że jeżeli liczby całkowite x, y, z są takie, że $8big|x^2 + y^2 + z^2 - 2$, to któraś z~liczb x, y, z jest podzielna przez 4. end{problem} begin{problem}[Z~123$infty$] Pokaż, że dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej n liczba $2^{4^{n}} + 5$ jest podzielna przez 21. end{problem} subsection*{Zestaw drugi, ostrzejszy} begin{problem} Znajdź liczby całkowite n będące rozwiązaniami równania [25^n + 4^n + 1 = 10^n + 5^n + 2^n.] end{problem} begin{problem} Rozwiąż w~liczbach całkowitych $varphi, psi$ równanie $varphi^2 + varphicdot psi + psi^2 = 7$. end{problem} subsection*{Zestaw trzeci, ostry} begin{problem} Znajdź wszystkie rozwiązania równania $15A^2 - 7B^2 = 9$ w~liczbach całkowitych A, B. end{problem} begin{problem} Znajdź wszystkie rozwiązania równania $5b^3 + 11o^3 + 13k^3 = 0$ w~liczbach całkowitych b, o, k. end{problem} begin{problem}[Rozwiązania równania Pella, zadanie teoretyczne] Chcemy pokazać, że równanie $x^2 - 2y^2 = 1$ ma nieskończenie wiele rozwiązań w~liczbach całkowitych. begin{enumerate} item Znajdź jedno rozwiązanie (x_0, y_0) tego równania. Zauważ, że równanie można zapisać jako [(x_0 - y_0sqrt{2})(x_0 + y_0sqrt{2}) = 1.] item Zapisz liczbę $(x_0 + y_0sqrt{2})^2$ jako $x_1 + y_1sqrt{2}$, uzasadnij, że (x_1, y_1) jest również rozwiązaniem równania, item Uzasadnij tezę zadania. end{enumerate} end{problem} end{document}