

Różne zadania odpoczynkowe

Wpisany przez Joachim Jelisiejew
czwartek, 06 grudnia 2012 20:51 -



[](#)
[Zadania PDF.](#)

Źródło zadań w texu.

```
% File: zad.tex % Created: Mon Dec 03 11:00 AM 2012 C % Last Change: Mon Dec
03 11:00 AM 2012 C documentclass[10pt, a4paper]{article} usepackage{amssymb}
usepackage{amsmath} usepackage{amsthm} usepackage[textwidth=16cm,
textheight=24cm]{geometry} usepackage[polish]{babel} usepackage[utf8]{inputenc}
usepackage[T1]{fontenc} usepackage{polski} usepackage{graphicx} usepackage{enumitem}
setenumerate{itemsep=2pt,topsep=2pt,parsep=0pt,partopsep=0pt} usepackage[pdfborder={0 0
0}]{hyperref} %usepackage{MnSymbol} % -----
vfuzz4pt % Don't report over-full v-boxes if over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full
h-boxes if over-edge is small % THEOREMS -----
newtheorem{thm}{Twierdzenie} newtheorem{cor}[thm]{Wniosek}
newtheorem{lem}[thm]{Lemat} newtheorem{defn}[thm]{Definicja}
newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość} newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza}
newcommand{HRule}{rule{linewidth}{0.2mm}} renewcommand{section}[1]{ %vspace*{-1.5cm}
stepcounter{section}% begin{center}% begin{minipage}{2.5cm}
includegraphics[origin=c,width=2.5cm]{headpicture}
end{minipage}begin{minipage}{sectionwidth} begin{center} {Huge bfseries center
#1} vskip 1mm small normalfont sc author{\ date{
end{center} end{minipage} end{center} HRule } newenvironment{sol}[1][Rozwiązanie. ]{
vskip 3mm noindentemph{#1} } { } newcounter{problem} newenvironment{problem}[1][[
stepcounter{problem} vskip 3mm noindent{textsc{bfseries Zadanie theproblem{}} #1}]} { }
pagestyle{empty} defabs #1{leftvert #1rightvert} renewcommand{angle}{sphericalangle}
renewcommand{vec}[1]{overrightarrow{#1}} renewcommand{leq}{leqslant}
renewcommand{geq}{geqslant} renewcommand{dots}{ldots} defsectionwidth{6cm}
defheadpicture{choibez} defauthor{kółko l~LO Białystok} defdate{4 grudnia 2012}
begin{document} section{Różności} emph{Wiele z~poniższych zadań jest wziętych z~Koła
Podlaskiego Oddziału PTM emph{texttt{www.ptm.pb.edu.pl}} prowadzonego przez prof.~Piotra
```

Różne zadania odpoczynkowe

Wpisany przez Joachim Jelisiejew
czwartek, 06 grudnia 2012 20:51 -

Grzeszczuka.} `begin{problem}` Czy istnieją takie liczby całkowite dodatnie x, y , że $x^2 + y^2$ oraz $y^2 + x^2$ są kwadratami liczb naturalnych? `end{problem}`

`begin{problem}`[Twierdzenie o dwusiecznej II] W trójkącie $\triangle ABC$ zachodzi $AB \neq AC$. Dwusieczna kąta zewnętrznego $\angle BAC$ przecina prostą BC w punkcie E . Uzasadnij, że $\left[\frac{BE}{CE} = \frac{AB}{AC} \right]$ `end{problem}`

`begin{problem}` Liczba A powstała z B przez przestawienie pewnych cyfr. Wykazać, że jeśli $A + B = 10^{10}$, to liczba A jest podzielna przez 10 . `end{problem}`

`begin{problem}` W trójkąt wpisano okrąg. Wykazać, że punkty styczności tego okręgu z bokami trójkąta są wierzchołkami trójkąta równoramiennego. `end{problem}` `begin{problem}`

Ciąg liczb naturalnych $a_1 < a_2 < \dots$ spełnia warunki $a_1 = 1$ oraz $a_{n+1} \leq 2n$ dla każdego $n \in \mathbb{Z}_+$. Wykazać, że dla dowolnej liczby naturalnej n istnieją wyrazy tego ciągu różniące się o n . `end{problem}` `begin{problem}` Na prostej ℓ danych jest 50 odcinków. Wykazać, że prawdziwe jest przynajmniej jedno z następujących zdań: `begin{enumerate}`

- item pewne osiem odcinków ma punkt wspólny,
- item istnieje osiem odcinków parami rozłącznych.

`end{enumerate}` `end{problem}` `begin{problem}` Liczby dodatnie a, A, b, B, c, C spełniają równości $[a + A = b + B = c + C = k]$ Wykazać, że $aB + bC + cA \leq k^2$. `end{problem}`

`end{document}`