



[](#)
[Zadania PDF.](#)

Źródło zadań w texu.

```
% File: more_of_that_jazz.tex % Created: Thu Jan 31 12:00 AM 2013 C % Last
Change: Thu Jan 31 12:00 AM 2013 C documentclass[10pt, a4paper]{article}
usepackage{amssymb} usepackage{amsmath} usepackage{amsthm}
usepackage[textwidth=16cm, texheight=24cm]{geometry} usepackage[polish]{babel}
usepackage[utf8]{inputenc} usepackage[T1]{fontenc} usepackage{polski}
usepackage{graphicx} usepackage{enumitem}
setenumerate{itemsep=2pt,topsep=2pt,parsep=0pt,partopsep=0pt} usepackage[pdfborder={0 0
0}]{hyperref} %usepackage{MnSymbol} % -----
vfuzz4pt % Don't report over-full v-boxes if over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full
h-boxes if over-edge is small % THEOREMS -----
newtheorem{thm}{Twierdzenie} newtheorem{cor}[thm]{Wniosek}
newtheorem{lem}[thm]{Lemat} newtheorem{defn}[thm]{Definicja}
newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość} newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza}
newcommand{HRule}{rule{linewidth}{0.2mm}} renewcommand{section}[1]{ %vspace*{-1.5cm}
stepcounter{section}% begin{center}% begin{minipage}{2.5cm}
includegraphics[origin=c,width=2.5cm]{headpicture}
end{minipage}begin{minipage}{sectionwidth} begin{center} {Huge bfseries center
#1} vskip 1mm small normalfont sc author{\ date{}
end{center} end{minipage} end{center} HRule } newenvironment{sol}[1][Rozwiązanie. ]{
vskip 3mm noindentemph{#1} } { } newcounter{problem} newenvironment{problem}[1][
stepcounter{problem} vskip 3mm noindent{textsc{{bfseries Zadanie theproblem{}} #1}} { }
pagestyle{empty} defabs #1{leftvert #1rightvert} renewcommand{angle}{sphericalangle}
renewcommand{vec}[1]{overrightarrow{#1}} renewcommand{leq}{leqslant}
renewcommand{geq}{geqslant} renewcommand{dots}{ldots} defsectionwidth{8cm}
defheadpicture{../micek-2cm.jpg} defauthor{kółko l~LO Białystok} defdate{31 stycznia 2013}
begin{document} section{Miks zadań\large tylko dlatego wszystkie trudne?} emph{Uwaga:
```

Przygotowanie do OMa 31.01 - zadania różne

Wpisany przez Joachim Jelisiejew
sobota, 09 lutego 2013 14:58 -

to niekoniecznie są zadania, które pojawiłyby się na OMie.} $\begin{cases} \text{W zajęciach na feriach w ILO uczestniczy } 10 \text{ osób. Przed pięciogodzinową Yogi schował zadania do szuflady. Zamki w szufladzie są skonstruowane tak, że każde } 9 \text{ osób może otworzyć szufladę, ale żadne } 8 \text{ osób nie może otworzyć szuflady. Ile co najmniej jest zamków?} \\ \text{Liczby } a, b \text{ są dodatnie i mniejsze od } 1. \text{ Wykazać, że } \sqrt{b} + \sqrt{a} + 1 > 3ab. \\ \text{Wyznaczyć wszystkie liczby całkowite nieujemne } n < 2501, \text{ dla których liczba } n^{11} - 2 \text{ jest podzielna przez } 2501. \\ \text{Pomiędzy każdymi dwoma spośród } n \text{ miast istnieje połączenie lotnicze lub połączenie kolejowe. Uzasadnij, że można wybrać typ połączeń, taki, że pomiędzy każdymi dwoma miastami da się przejechać (być może z przesiadkami) używając tylko tego typu połączeń.} \\ \text{Trójkąt ostrokątny nierównoramienny } ABC \text{ jest wpisany w okrąg. Punkty } P, Q \text{ są odpowiednio środkami łuków } BC, CA \text{ okręgu } \omega, \text{ które nie zawierają } A, B \text{ odpowiednio. Punkt } I \text{ jest środkiem okręgu wpisanego w } \triangle ABC, \text{ a punkt } R \text{ jest taki, że } RPCQ \text{ jest równoległobokiem. Oblicz miarę kąta } \angle CIR. \\ \text{Udowodnij, że jeżeli nieparzysta liczba pierwsza } p \text{ dzieli sumę liczb całkowitych } a, b, \text{ to dla każdego } n \text{ naturalnego } [p^{n+1} \mid a^{p^n} + b^{p^n}]. \\ \text{Dany jest } 1000\text{-wyrazowy ciąg różnych liczb rzeczywistych. Dowieść, że z tego ciągu można wybrać } 28\text{-wyrazowy podciąg rosnący lub } 38\text{-wyrazowy podciąg malejący.} \\ \text{Dana jest taka liczba całkowita dodatnia } k, \text{ że liczby } p = 6k+1, q = 12k+1 \text{ oraz } r = 18k+1 \text{ są pierwsze. Niech } n = pqr. \text{ Dowiedź, że dla każdego } a \text{ całkowitego zachodzi } n \mid a^n - a. \\ \text{Udowodnić, że istnieje nieskończenie wiele takich liczb naturalnych } n, \text{ że suma cyfr liczby } 3^n \text{ jest nie mniejsza niż suma cyfr liczby } 3^{n+1}. \\ \text{Wyznacz wszystkie liczby naturalne } n \text{ takie, że } (n-1)! \text{ nie jest podzielna przez } n^2. \end{cases}$ $\end{document}$