Bonus za odgadnięcie, czego przeróbką jest nagłówek :) J.

Do domu: **zadania P6, P7, P5 (trudniejsze?) i T3**.

** **
Zadania PDF.

Źródło zadań w texu.

% File: zad.tex % Created: Fri Nov 16 06:00 PM 2012 C % Last Change: Fri Nov 16 06:00 PM 2012 C documentclass[10pt, a4paper]{article} usepackage{amssymb} usepackage{amsmath} usepackage{amsthm} usepackage[textwidth=16cm, textheight=26.5cm]{geometry} usepackage[polish]{babel} usepackage[utf8]{inputenc} usepackage[T1]{fontenc} usepackage{polski} usepackage{graphicx} usepackage{enumitem} setenumerate{itemsep=2pt,topsep=2pt,parsep=0pt,partopsep=0pt} usepackage[pdfborder={0 0 0}]{hyperref} %usepackage{MnSymbol} % -- vfuzz4pt % Don't report over-full v-boxes if over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full h-boxes if over-edge is small % THEOREMS -- newtheorem{thm}{Twierdzenie} newtheorem{cor}[thm]{Wniosek} newtheorem{lem}[thm]{Lemat} newtheorem{defn}[thm]{Definicja} newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość} newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza} newcommand{HRule}{rule{linewidth}{0.2mm}} renewcommand{section}[1]{ %vspace*{-1.5cm} stepcounter{section}% begin{center}% begin{minipage}{6cm} includegraphics[origin=c,height=6cm]{headpicture} end{minipage}begin{minipage}{sectionwidth} begin{center} {Huge bfseries center #1} vskip 1mm small normalfont sc author{}\ date{}

end{center}   end{minipage} end{center} HRule }   newenvironment{sol}[1][Rozwiązanie.]{ vskip 3mm noindentemph{#1}   } {   }   newcounter{problem} newenvironment{problem}[1][]{ stepcounter{problem} vskip 3mm noindent{textsc{{bfseries Zadanie Ptheproblem{}} #1}}\\} {   }   newcounter{testproblem} newenvironment{testproblem}[1][]{ stepcounter{testproblem} vskip 3mm noindent{textsc{{bfseries Zadanie Hthetestproblem{}} #1}}\\} {   } newcounter{domproblem} newenvironment{domproblem}[1][]{ stepcounter{domproblem} vskip 3mm noindent{textsc{{bfseries Zadanie Tthedomproblem{}} #1}}\\} {   }   pagestyle{empty} defabs #1{leftvert #1rightvert}   renewcommand{angle}{sphericalangle} renewcommand{vec}[1]{overrightarrow{#1}} renewcommand{leq}{leqslant} renewcommand{geq}{geqslant} renewcommand{dots}{ldots}   defsectionwidth{8cm} defheadpicture{dont-just-read-it.png} defauthor{kółko I~LO Białystok} defdate{20 listopada 2012} DeclareMathOperator{sgn}{mathbf{sgn}} begin{document} section{Niezmienniki II\\[0.2cm]{smallnormalfontit[...] He uses math to find the answer\\The secret geometry of change\\The hidden law, an invisible constraint\\Proving he cannot rearrange.}} subsection*{Pierwsza linia\small (hastati)}   begin{testproblem}   Na tablicy zapisane są liczby $1, 2, 3, dots, 2010$. Wybieramy dowolne   dwie liczby a, b, ścieramy je i~wpisujemy $|a - b|$. %   nieprzestannie to czyniąc, aliż jedna tylko nie pozostanie.   Uzasadnij, że   liczba, która pozostanie na końcu będzie nieparzysta. end{testproblem} begin{testproblem}[matma.ilo.pl]   Wokół okrągłego stołu siedzi 14 ufoli. Początkowo jeden z~ufoli ma 14 czarnych dziur. W~jednym ruchu każdy ufol, który posiada co najmniej dwie czarne dziury, może wziąć dwie ze swoich czarnych dziur i~podarować po   jednej czarnej dziurze każdemu ufolowi siedzącemu obok. Powiedz ufolom,   czy może dojść do sytuacji, gdy po pewnej liczbie ruchów każdy ufol ma po   jednej czarnej dziurze. end{testproblem}   subsection*{Druga linia\small(principes)}   begin{problem}   Sto dwadzieścia siedem osób uczestniczy w~turnieju tenisowym. Udowodnij,   że w~dowolnym momencie trwania tego turnieju graczy, którzy rozegrali   nieparzyście wiele gier jest parzyście wiele. end{problem}   begin{problem}   Liczba n jest całkowita. Liczby $1, 2, dots, 2n$ są ustawione   (w~losowym porządku) w~tablicy indeksowanej liczbami od 1 do $2n$. Do każdej liczby dodajemy jej indeks, po czym zamieniamy ją   na jej resztę z~dzielenia przez $2n$.   Czy niezależnie od ustawienia uzyskamy dwie równe   liczby? emph{Uwaga dla ekpertów: tak, używamy Pascala.} end{problem}   begin{problem}   Na obwodzie koła zapisano 2011 jedynek i~2012 zer. W~jednym kroku   wpisujemy 0 pomiędzy dwoma kolejnymi i~równymi liczbami oraz 1 pomiędzy dwoma kolejnymi i~nierównymi liczbami, po czym ścieramy stare   liczby. Czy możemy, powtarzając tę operację, uzyskać konfigurację złożoną   z~samych zer? end{problem}   begin{problem} W~każde pole prostokątnej tablicy wpisano liczbę całkowitą dodatnią.   W~jednym kroku możemy odjąć jeden od każdej liczby w~wybranej kolumnie lub   podwoić liczby w~wybranym rzędzie. Czy możemy, wykonując skończenie wiele   kroków, uzyskać tablicę złożoną z~samych zer? end{problem}   begin{problem}[sgn]   Liczby całkowite $2, 2^2, 2^3, dots, 2^{2012}$ są ustawione w~pewnym porządku.   Karolina w~jednym ruchu zamienia miejscami wybrane dwie kolejne liczby.   Łącznie wykonuje ona n ruchów, przy czym po ostatnim z~nich porządek liczb jest zachowany.   Stwierdź, dla których n jest to możliwe. end{problem}   begin{problem}   Smok ma 100 (liczba uświęcona tradycją) głów. W~jednym ruchu rycerz może   obciąć dokładnie $15, 17, 20$ lub 5 głów, a~smokowi odrasta $24, 2, 14$ lub 17 głów odpowiednio. Smok ginie, jeżeli wszystkie jego głowy zostają ścięte. Rycerz ginie, jeżeli smokowi znudzi się zabawa w~ścinanie   głów. Czy smok może zginąć? end{problem} begin{problem} Na tablicy napisanych jest n liczb 1. W~każdym kroku wybieramy i~wycieramy liczby a, b i~wpisujemy liczbę $(a + b)/4$. begin{enumerate} item Uzasadnij, że suma odwrotności liczb nie zwiększa się w~danym kroku. item Udowodnij, że po $n-1$ krokach pozostanie liczba równa co najmniej $1/n$. end{enumerate} end{problem} subsection*{Nadchodzące kółko\small(triarii)} begin{domproblem}[Przypomnienie] Na płaszczyźnie wybrano skończenie wiele punktów tak, że pole dowolnego trójkąta o~wierzchołkach w~wybranych punktach jest nie większe niż 1. Uzasadnij, że wszystkie punkty leżą pewnym w~trójkącie o~boku 2 (być może na obwodzie). emph{Wskazówka: należało rozważyć trójkąt o~największym polu.} end{domproblem} begin{domproblem} defB{mathcal{A}} defW{mathcal{B}} Niech B, W będą takimi underline{skończonymi} zbiorami punktów na płaszczyźnie, że każdy odcinek o~końcach w~B zawiera punkt z~W i~każdy odcinek o~końcach W zawiera punkt z~B. Udowodnić, że wszystkie punkty z~$B cup W$ leżą na jednej prostej. emph{Wskazówka: gdyby nie, powstałyby trójkąty. Wybierz szczególny :)} end{domproblem} begin{domproblem} Sala, w~której odbywają się zawody Podlaskiego Konkursu Matematycznego ma dwie połowy (i~dużo zdezelowanych pulpitów). Każdy z~uczestników konkursu ma co najwyżej trzech znajomych wśród pozostałych uczestników. Wykazać, że uczestników konkursu można rozmieścić w~sali tak, aby każda osoba miała z~``swojej'' połowie co najwyżej jednego znajomego. emph{Wskazówka: jak można ``poprawić'' ustawienie? Jeżeli już to wiesz, wybierz ``najlepsze'' i~udowodnij, że jest dobrze! Jeżeli zrobiłeś to zadanie, zastanów się, które z~zadań z~poprzedniego kółka stosuje praktycznie ten sam trik, zupełnie inaczej wyglądając.} end{domproblem} end{document}