** **
Zadania PDF.

Źródło zadań w texu.

% File: zadOMem.tex % Created: Mon Jan 14 08:00 PM 2013 C % Last Change: Mon Jan 14 08:00 PM 2013 C documentclass[10pt, a4paper]{article} usepackage{amssymb} usepackage{amsmath} usepackage{amsthm} usepackage[textwidth=16cm, textheight=24cm]{geometry} usepackage[polish]{babel} usepackage[utf8]{inputenc} usepackage[T1]{fontenc} usepackage{polski} usepackage{graphicx} usepackage{enumitem} setenumerate{itemsep=2pt,topsep=2pt,parsep=0pt,partopsep=0pt} usepackage[pdfborder={0 0 0}]{hyperref} %usepackage{MnSymbol} % -- vfuzz4pt % Don't report over-full v-boxes if over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full h-boxes if over-edge is small % THEOREMS --- newtheorem{thm}{Twierdzenie} newtheorem{cor}[thm]{Wniosek} newtheorem{lem}[thm]{Lemat} newtheorem{defn}[thm]{Definicja} newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość} newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza} newcommand{HRule}{rule{linewidth}{0.2mm}} renewcommand{section}[1]{ %vspace*{-1.5cm} stepcounter{section}% begin{center}% begin{minipage}{2.5cm} includegraphics[origin=c,width=2.5cm]{headpicture} end{minipage}begin{minipage}{sectionwidth} begin{center} {Huge bfseries center #1} vskip 1mm small normalfont sc author{}\ date{} end{center} end{minipage} end{center} HRule } newenvironment{sol}[1][Rozwiązanie.]{ vskip 3mm noindentemph{#1} } { } newcounter{problem} newenvironment{problem}[1][]{ stepcounter{problem} vskip 3mm noindent{textsc{{bfseries Zadanie theproblem{}} #1}}\} { } pagestyle{empty} defabs #1{leftvert #1rightvert} renewcommand{angle}{sphericalangle} renewcommand{vec}[1]{overrightarrow{#1}} renewcommand{leq}{leqslant} renewcommand{geq}{geqslant} renewcommand{dots}{ldots} defsectionwidth{10cm} defheadpicture{../micek-2cm.jpg} defauthor{kółko I~LO Białystok} defdate{15 stycznia 2012} begin{document} section{Okazja!\large Rozwiąż, ile zdołasz za jedyne $60min$.} begin{problem} begin{enumerate} item Wyznacz wszystkie takie funkcje

$f:mathbb{R}to mathbb{R}$, że [f(y)f(x) - xy = f(x) + f(y) - 1] dla wszystkich x, y rzeczywistych. item Znajdź wszystkie funkcje $f:mathbb{R}to mathbb{R}$ spełniające dla każdych $x, yin mathbb{R}$ równanie [f(x + y) = f(f(x)) + y + 1.] end{enumerate} end{problem} begin{problem} W~pięciokącie wypukłym $ABCDE$ wszystkie kąty wewnętrzne mają równe miary. Wykaż, że symetralna odcinka EA, symetralna odcinka BC i~dwusieczna kąta CDE przecinają się w~jednym punkcie. end{problem} begin{problem} Rozwiąż w~liczbach rzeczywistych x, y, z układ równań [begin{cases} x^2 - (y+z+yz)x + (y+z)yz = 0 &\ y^2 - (z+x+zx)y + (z+x)zx = 0 &\ z^2 - (x+y+xy)z + (x+y)xy = 0. end{cases}] end{problem} vspace{1cm} emph{Uwaga: propozycja na za tydzień to texttt{http://matma.ilo.pl/images/lemaciki6092011.pdf}, w~ramach przypomnienia geo.} vspace{2cm} section{Okazja!\large Zadania doliczone.} begin{problem} Wyznaczyć wszystkie dodatnie liczby całkowite n, dla których [n^n + 1quadhbox{oraz}quad (2n)^{2n} + 1] są liczbami pierwszymi. end{problem} begin{problem} Czworokąt wypukły $ABCD$, w~którym $ABneq CD$, jest wpisany w~okrąg. Czworokąty $AKDL$ i~$CMBL$ są rombami o~bokach długości a. Dowieść, że punkty K, L, M, N leżą na jednym okręgu. end{problem} begin{problem} Wielomian $P(x)$ ma współczynniki całkowite. Udowodnić, że jeżeli wielomiany $P(x), P(P(P(x)))$ mają wspólny pierwiastek rzeczywisty, to mają także wspólny pierwiastek całkowity. end{problem} end{document}