



[&nbsp;](#)  
[Zadania PDF.](#)

## Źródło zadań w texu.

```
% File: starsi.tex % Created: Tue Mar 26 01:00 PM 2013 C % Last Change: Tue Mar
26 01:00 PM 2013 C documentclass[10pt, a4paper]{article} usepackage{amssymb}
usepackage{amsmath} usepackage{amsthm} usepackage[textwidth=16cm,
textheight=24cm]{geometry} usepackage[polish]{babel} usepackage[utf8]{inputenc}
usepackage[T1]{fontenc} usepackage{polski} usepackage{graphicx} usepackage{enumitem}
setenumerate{itemsep=2pt,topsep=2pt,parsep=0pt,partopsep=0pt} usepackage[pdfborder={0 0
0}]{hyperref} %usepackage{MnSymbol} % -----
vfuzz4pt % Don't report over-full v-boxes if over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full
h-boxes if over-edge is small % THEOREMS -----
newtheorem{thm}{Twierdzenie} newtheorem{cor}[thm]{Wniosek}
newtheorem{lem}[thm]{Lemat} newtheorem{defn}[thm]{Definicja}
newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość} newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza}
newcommand{HRule}{rule{linewidth}{0.2mm}} renewcommand{section}[1]{ %vspace*{-1.5cm}
stepcounter{section}% begin{center}% begin{minipage}{2.5cm}
includegraphics[origin=c,width=2.5cm]{headpicture}
end{minipage}begin{minipage}{sectionwidth} begin{center} {Huge bfseries center
#1} vskip 1mm small normalfont sc author{\ date{
end{center} end{minipage} end{center} HRule } newenvironment{sol}[1][Rozwiązanie. ]{
vskip 3mm noindentemph{#1} } { } newcounter{problem} newenvironment{problem}[1][[
stepcounter{problem} vskip 3mm noindent{textsc{bfseries Zadanie theproblem{}} #1}]] { }
pagestyle{empty} defabs #1{leftvert #1rightvert} renewcommand{angle}{sphericalangle}
renewcommand{vec}[1]{overrightarrow{#1}} renewcommand{leq}{leqslant}
renewcommand{geq}{geqslant} renewcommand{dots}{ldots} defsectionwidth{6cm}
defheadpicture{../micek-2cm.jpg} defauthor{kółko l~LO Białystok} defdate{26 marca 2013}
begin{document} section{Gry zespołowe} subsection*{Przykład} begin{problem} Na
tablicy jest $10$ nierozwiązanych zadań. Ruch w~`Rozwał zadanie!" polega na rozwiązaniu
```

## Gry i zadania z PTMów

Wpisany przez Joachim Jelisiejew  
wtorek, 26 marca 2013 19:28 -

---

jednego, dwóch lub trzech z nich. Wygrywa ten, kto rozwiąże ostatnie zadanie. Jeżeli Magda i Marysia wykonują ruchy naprzemiennie, przy czym zaczyna Magda, to która z nich ma strategię wygrywającą? end{problem} subsection\*{Zadania drużynowe} begin{problem}

Na tablicy napisane są liczby  $1, 2, \dots, 65535$ . Szymon i Przemek wykonują ruchy naprzemiennie. W jednym ruchu gracz wykreśla pewną liczbę oraz wszystkie jej dzielniki. Wygrywa ten gracz, który wykreśli wszystkie liczby. Zaczyna Szymon. Powiedz, dla jakich  $n$  Przemek może wygrać? end{problem} begin{problem}[PTM 06] Liczby rzeczywiste  $a$  i  $b$  są takie, że równanie  $x^2 + ax + b$  ma dwa niezerowe pierwiastki będące liczbami całkowitymi. Rozstrzygnąć, czy  $a^2 + (b-1)^2$  może być liczbą pierwszą? end{problem} begin{problem}[prawie z Proserw] Karolina i Ania grają w następującą grę: na tablicy napisana jest liczba  $2$ . W każdym ruchu gracz ściera dotychczas napisaną liczbę  $x$  i zapisuje nową liczbę całkowitą  $x + y$ , gdzie  $y$  jest wybraną przez niego liczbą całkowitą dodatnią nie większą od  $x$ . Zaczyna Karolina. Wygrywa gracz, który uzyska wynik  $n$ . Który z graczy może zawsze zwyciężyć, jeżeli

begin{enumerate} item  $n = 10$ , item  $n = 4095$ ? end{enumerate} end{problem} begin{problem}[PTM 04] Niech  $n > 1$  będzie liczbą naturalną. Dla dowolnego niepustego podzbioru  $X$  zbioru  $\{1, 2, \dots, n\}$  oznaczmy przez  $m(X)$  sumę najmniejszej i największej liczby należącego do zbioru  $X$ . Niech  $S$  będzie sumą wszystkich liczb  $m(X)$ , gdzie  $X \subseteq \{1, 2, \dots, n\}$  (tzn.  $X$  przebiega wszystkie niepuste podzbiory zbioru  $\{1, 2, \dots, n\}$ ). Wykazać, że liczba  $S$  jest podzielna przez  $n+1$ . **Uwaga:**  $m(\{k\}) = k + k = 2k$ . end{problem} end{document}