
Zadania PDF.

Źródło zadań w texu.

% File: zad.tex % Created: Mon Mar 18 11:00 PM 2013 C % Last Change: Mon Mar 18 11:00 PM 2013 C documentclass[10pt, a4paper]{article} usepackage{amssymb} usepackage{amsmath} usepackage{amsthm} usepackage[textwidth=16cm, textheight=26cm]{geometry} usepackage[polish]{babel} usepackage[utf8]{inputenc} usepackage[T1]{fontenc} usepackage{polski} usepackage{graphicx} usepackage{enumitem} setenumerate{itemsep=2pt,topsep=2pt,parsep=0pt,partopsep=0pt} usepackage[pdfborder={0 0 0}]{hyperref} %usepackage{MnSymbol} % -- vfuzz4pt % Don't report over-full v-boxes if over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full h-boxes if over-edge is small % THEOREMS -- newtheorem{thm}{Twierdzenie} newtheorem{cor}[thm]{Wniosek} newtheorem{lem}[thm]{Lemat} newtheorem{defn}[thm]{Definicja} newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość} newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza} newcommand{HRule}{rule{linewidth}{0.2mm}} renewcommand{section}[1]{ %vspace*{-1.5cm} stepcounter{section}% begin{center}% begin{minipage}{2.5cm} includegraphics[origin=c,width=2.5cm]{headpicture} end{minipage}begin{minipage}{sectionwidth} begin{center} {Huge bfseries center #1} vskip 1mm small normalfont sc author{}\ date{} end{center} end{minipage} end{center} HRule } newenvironment{sol}[1][Rozwiązanie.]{ vskip 3mm noindentemph{#1} } { } newcounter{problem} newenvironment{problem}[1][]{ stepcounter{problem} vskip 3mm noindent{textsc{{bfseries Zadanie theproblem{}} #1}}\} { } pagestyle{empty} defabs #1{leftvert #1rightvert} renewcommand{angle}{sphericalangle} renewcommand{vec}[1]{overrightarrow{#1}} renewcommand{leq}{leqslant} renewcommand{geq}{geqslant} renewcommand{dots}{ldots} defsectionwidth{7cm} defheadpicture{graf.png} defauthor{kółko I~LO Białystok} defdate{19 marca 2013} begin{document} section{Grafowie\normalsizeemph{Graf} jest to dostojnik w~państwie krzyżackim. Graf jest emph{skończony}, jeżeli zginął pod Grunwaldem. {tiny[WWW]}} vspace{0.5cm} Graf = wierzchołki V i~krawędzie E łączące je. Krawędzie mogą być dwukierunkowe (domyślnie) lub jednokierunkowe (wtedy graf nazywamy emph{skierowanym}). Trochę oznaczeń. emph{Scieżką} nazywamy samdywiz wieszdywiz jaki ciąg krawędzi. Graf nazywamy emph{prostym} jeżeli każde dwa wierzchołki łączy co najwyżej jedna krawędź i~żadna krawędź nie łączy wierzchołka ze sobą. Graf nazywamy emph{spójnym} jeżeli każde dwa wierzchołki łączy (co najmniej jedna) ścieżka. emph{Cyklem} nazywamy ścieżkę zaczynającą się i~kończącą w~tym samym wierzchołku. emph{Cyklem Hamiltona} nazywamy cykl przechodzący przez każdy emph{wierzchołek} grafu dokładnie raz (pomijając początkowy). emph{Cyklem Eulera} nazywamy cykl przechodzący przez każdą krawędź grafu dokładnie raz. emph{Stopniem} wierzchołka v grafu nieskierowanego nazywamy liczbę krawędzi, których końcem jest v. begin{problem}[Drzewa] Graf prosty i~spójny ma mniej krawędzi niż wierzchołków. O~ile mniej jest krawędzi? Czy graf ten może zawierać cykl? end{problem} begin{problem} Udowodnij, że w~kraju, w~którym każde miasto jest połączone z~każdym innym drogą jednokierunkową, istnieje miasto, z~którego da się pojechać do każdego innego. end{problem} begin{problem} Na Inflantach jest n miast, niektóre z~nich łączą jednokierunkowe drogi przy czym z~każdego z~miast wychodzi tyle dróg, ile do niego wchodzi. Jednym z~miast jest stolica, z~której można dojechać do każdego miasta. Uzasadnij, że z~każdego miasta można dojechać do każdego innego. end{problem} begin{problem} Uczniowie z~2b rozwalili model sześcianu~--- pozostało tylko 7 wierzchołków ze wszystkimi krawędziami. Na pociechę powiedz im, czy tak powstały graf ma cykl Hamiltona (istnienie cyklu ukoiłoby p. Pawłowską). end{problem} begin{problem} Ile wynosi suma stopni wierzchołków grafu nieskierowanego? Wywnioskuj z~odpowiedzi, że liczba wierzchołków stopnia nieparzystego jest parzysta. end{problem} begin{problem} Uzasadnij, że spójny (nieskierowany) graf ma cykl Eulera wtedy i~tylko wtedy, gdy stopień każdego z~wierzchołków jest parzysty. end{problem} begin{problem} Graf prosty, niespójny G ma n wierzchołków. Ile co najwyżej może on mieć krawędzi? end{problem} begin{problem}[$star$ Twierdzenie Orego] Graf prosty G ma $ngeq 3$ wierzchołków. Suma stopni dowolnych dwóch z~jego wierzchołków wynosi co najmniej n. Uzasadnij, że G ma cykl Hamiltona. emph{Wskazówka: Możesz wybrać ``największy graf'' który nie spełnia tezy tzn. taki, że po dołożeniu dowolnej krawędzi graf już będzie miał cykl. Ten cykl trzeba podrasować, żeby pasował i~do mniejszego.} end{problem} begin{problem} Na uczcie zwycięstwa zebrało się $2n$ rycerzy polskich. Wiadomo, że każdy z~nich kłóci się o~chwałę z~co najwyżej $n-1$ z~pozostałych rycerzy. Uzasadnij, że Jagiełło może rozsadzić rycerzy przy okrągłym stole tak, by nikt nie kłócił się z~sąsiadem. end{problem} vspace{0.5cm} emph{Zadania pochodzą ze Staszica, PB itd., zaś grafowie spod Malborka.} end{document}