Do domu (dla klas drugich) zadania 3, 5, 6, 7.

** **
Zadania PDF.

Źródło zadań w texu.

% File: zad.tex % Created: Mon Oct 03 05:00 PM 2011 C % Last Change: Mon Oct 03 05:00 PM 2011 C documentclass[10pt]{article} usepackage{amssymb} usepackage{amsmath} usepackage{amsthm} textwidth 16cm textheight 24cm oddsidemargin 0cm topmargin 0pt headheight 0pt headsep 0pt usepackage[polish]{babel} usepackage[utf8]{inputenc} usepackage[T1]{fontenc} usepackage{polski} usepackage{import} usepackage{ifthen} %usepackage{MnSymbol} % -- vfuzz4pt % Don't report over-full v-boxes if over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full h-boxes if over-edge is small % THEOREMS -- newtheorem{thm}{Twierdzenie}[section] newtheorem{cor}[thm]{Wniosek} newtheorem{lem}[thm]{Lemat} newtheorem{defn}[thm]{Definicja} newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość} newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza} newtheorem{useless}[thm]{} newenvironment{sol}[1][Rozwiązanie.]{ noindenttextsc{#1}} {hfillpar} newcounter{problem} newenvironment{problem}[1][Zadanie]{ stepcounter{problem} vskip 1mm noindent{textsc{bfseries #1 theproblem}} } {hfillpar} defsource#1{\Źródło: #1} defabs #1{leftvert #1rightvert} renewcommand{thethm}{} renewcommand{angle}{sphericalangle} renewcommand{vec}[1]{overrightarrow{#1}} renewcommand{leq}{leqslant} renewcommand{geq}{geqslant} renewcommand{dots}{ldots} subimport{../}{style.sty} %include{style} defheadpicture{../micek-2cm.jpg} defauthor{Joachim Jelisiejew} defdate{4 października 2011} begin{document} section{Białostocka sałatka} subsection{Minimalność} begin{problem} Na płaszczyźnie dany jest zbiór 2011^{2011} punktów, z~których żadne trzy nie leżą na jednej prostej. Wykaż, że można wśród nich znaleźć takie trzy punkty, że okrąg poprowadzony przez nie nie zawiera w~swoim wnętrzu innych punktów z~tego zbioru. end{problem} begin{problem} Punkt E leży wewnątrz wielokąta wypukłego $A_1A_2 dots A_n$. Uzasadnij, że co najmniej dla jednego boku b tego wielokąta rzut prostopadły E na prostą zawierającą b leży na odcinku b. end{problem} begin{problem} Na pierścieniu Saturna znajduje się 2011^{2011} stacji kosmicznych, na których można tankować paliwo. Łączna liczba paliwa znajdująca się na wszystkich stacjach pozwala dokładnie na to, by rakieta mogła przelecieć dookoła pierścienia. Udowodnij, że istnieje taka stacja, że wyruszając od niej rakieta może oblecieć cały pierścień (zabierając po drodze paliwo jedynie z~mijanych stacji, początkowo bak rakiety jest pusty). end{problem} subsection{Indukcyjne konstrukcje} begin{problem} Mamy n bomb, których siły rażenia wynoszą odpowiednio $1, 2, dots, n$ kiloton. Dla jakich liczb n bomby te można podzielić na trzy grupy o~równej sile rażenia? end{problem} begin{problem} Dowieść, że z~każdego zbioru liczb całkowitych, mającego więcej niż 3^{2011} elementów można wybrać 2012--elementowy podzbiór S o~następującej własności: Dla dowolnych dwóch różnych podzbiorów $A, B subseteq S$ suma wszystkich elementów A jest różna od sumy wszystkich elementów B (przyjmujemy, że suma elementów zbioru pustego wynosi 0). emph{Źródło: OM} end{problem} begin{problem} W~2011--osobowym gangu działa $2^{2011}-1$ podgangów (każdy niepusty podzbiór bandziorów tworzy podgang). W~każdym podgangu trzeba ustalić capo, przy czym jeżeli $C = A cup B$, to capo C jest też capo co najmniej jednego z~podgangów A i~B. Na ile sposobów można ustalić capo? emph{Źródło: OM} end{problem} begin{problem}[Zadanie $star$] Udowodnić, że dla każdej liczby $ngeq 2$ znajdzie się n różnych liczb naturalnych takich, że dla każdych a, b z~tego zbioru $a - bbig|a + b$. end{problem} end{document}