

Trochę zadań z finałów

Wpisany przez Joachim Jelisiejew
wtorek, 10 stycznia 2012 19:53 -



[](#)
[Zadania PDF.](#)

Źródło zadań w texu.

```
% File: starsi.tex % Created: Sun Jan 08 06:00 PM 2012 C % Last Change: Sun Jan
08 06:00 PM 2012 C documentclass[10pt]{article} usepackage{amssymb}
usepackage{amsmath} usepackage{amsthm} textwidth 16cm textheight 24cm oddsidemargin
0cm topmargin 0pt headheight 0pt headsep 0pt usepackage[polish]{babel}
usepackage[utf8]{inputenc} usepackage[T1]{fontenc} usepackage{polski} usepackage{import}
%usepackage{MnSymbol} % ----- vfuzz4pt %
Don't report over-full v-boxes if over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full h-boxes if
over-edge is small % THEOREMS -----
newtheorem{thm}{Twierdzenie}[section] newtheorem{cor}[thm]{Wniosek}
newtheorem{lem}[thm]{Lemat} newtheorem{defn}[thm]{Definicja}
newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość} newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza}
newtheorem{useless}[thm]{} newenvironment{sol}[1][Rozwiązanie. ]{ vskip 3mm
noindentemph{#1} } {hfillpar} newcounter{problem} newenvironment{problem}[1][Zadanie]{
stepcounter{problem} vskip 3mm noindent{textsc{bfseries #1 theproblem}} } {hfillpar} defabs
#1{leftvert #1rightvert} renewcommand{angle}{sphericalangle}
renewcommand{vec}[1]{overrightarrow{#1}} renewcommand{leq}{leqslant}
renewcommand{geq}{geqslant} renewcommand{dots}{ldots} subimport{../}{style.sty}
defsectionwidth{10cm} %include{style} defheadpicture{../micek-2cm.jpg} defauthor{kółko ILO
Białystok} defdate{10 stycznia 2012} begin{document} section{Trochę zadań z~finałów albo
podobnych} Nie mamy 5 godzin, stąd są wskazówki do zadań. begin{problem}
W~trójkącie ostrokątnym  $ABC$  punkt  $O$  jest środkiem okręgu opisanego, odcinek  $CD$ 
jest wysokością, punkt  $E$  leży na boku  $AB$ , a punkt  $M$  jest środkiem odcinka  $CE$ .
Prosta prostopadła do prostej  $OM$  i~przechodząca przez punkt  $M$  przecina proste  $AC$ ,
 $BC$  odpowiednio w~punktach  $K$ ,  $L$ . Dowieść, że  $\frac{LM}{MK} = \frac{AD}{DB}$ .
] emph{Wskazówka: popatrz na prostą równoległą do  $AB$  i~przechodzącą przez  $M$ 
i~na jej punkty przecięcia z~bokami trójkąta, rozważ to jako szczególny przypadek.}
```

Trochę zadań z finałów

Wpisany przez Joachim Jelisiejew
wtorek, 10 stycznia 2012 19:53 -

`emph{Źródło: 58 OM, etap 3, zadanie 1.} end{problem} begin{problem} W~każdy kwadrat nieskończonej (we wszystkich kierunkach) szachownicy należy wpisać liczbę całkowitą dodatnią tak, aby każda wpisana liczba wystąpiła raz i~była średnią arytmetyczną liczb sąsiadujących z~nią bokiem. Czy jest to możliwe? emph{Źródło: prawie 58 OM, etap 3, zadanie 3.} end{problem} begin{problem} Rozwiązać w~liczbach rzeczywistych a, b, c, d, e układ równań
$$\begin{cases} a^2 = b^3 + c^3 & b^2 = c^3 + d^3 & c^2 = d^3 + e^3 \\ d^2 = e^3 + a^3 & e^2 = a^3 + b^3. \end{cases}$$
 end{cases}]
emph{Wskazówka: rozważ liczbę największą (układ jest cykliczny, można założyć, że to np. b i~udowodnij, że liczba d jest jej równa.) emph{Źródło: prawie 57 OM, etap 3, zadanie 1.} end{problem} end{document}`