

Różności już z Jogim

Wpisany przez Joachim Jelisiejew

wtorek, 29 listopada 2011 23:08 - Poprawiony wtorek, 29 listopada 2011 23:13

Przepraszam wszystkich z pierwszych klas, którzy nie doczekali się kółka w tamtym tygodniu. Spróbowałem uzgodnić, że starsi podrzucą Wam zadania, ale nie wyszło to, niestety. Yogi



[](#)
[Zadania PDF.](#)

Źródło zadań w texu.

```
% File: zad.tex % Created: Sat Nov 19 01:00 PM 2011 C % Last Change: Sat Nov 19
01:00 PM 2011 C documentclass[10pt]{article} usepackage{amssymb} usepackage{amsmath}
usepackage{amsthm} textwidth 16cm textheight 24cm oddsidemargin 0cm topmargin 0pt
headheight 0pt headsep 0pt usepackage[polish]{babel} usepackage[utf8]{inputenc}
usepackage[T1]{fontenc} usepackage{polski} usepackage{import} %usepackage{MnSymbol}
% ----- vfuzz4pt % Don't report over-full v-boxes if
over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full h-boxes if over-edge is small %
THEOREMS ----- newtheorem{thm}{Twierdzenie}[section]
newtheorem{cor}[thm]{Wniosek} newtheorem{lem}[thm]{Lemat}
newtheorem{defn}[thm]{Definicja} newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość}
newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza} newtheorem{useless}[thm]{}
newenvironment{sol}[1][Rozwiązanie. ]{ vskip 3mm noindentemph{#1} } {hfillpar}
newcounter{problem} newenvironment{problem}[1][Zadanie]{ stepcounter{problem} vskip
3mm noindent{textsc{bfseries #1 theproblem}}\} {hfillpar} defabs #1{leftvert #1rightvert}
renewcommand{angle}{sphericalangle} renewcommand{vec}[1]{overrightarrow{#1}}
renewcommand{leq}{leqslant} renewcommand{geq}{geqslant} renewcommand{dots}{\ldots}
subimport{../}{style.sty} defsectionwidth{8cm} %include{style}
defheadpicture{../micek-2cm.jpg} defauthor{Joachim Jelisiejew} defdate{22--29 listopada
2011} begin{document} section{Zadania z~Delt} emph{Zadania są przeznaczone dla obu
grup, choć ostatnie dwa, a~zwłaszcza ostatnie, będą dla młodszych bardzo trudne.}
begin{problem} Dane są liczby rzeczywiste $a \geq 1$, $b \geq 2$, $c \geq 3$. Uzasadnij, że
```

Różności już z Jogim

Wpisany przez Joachim Jelisiejew

wtorek, 29 listopada 2011 23:08 - Poprawiony wtorek, 29 listopada 2011 23:13

$a^2 + b^2 = c^2$. end{problem} begin{problem} Dany jest trójkąt ABC , w którym $\angle A = \angle C$ oraz $\angle B = 90^\circ$. Punkty D i E leżą odpowiednio na bokach AB i AC , przy czym $|AD| = |CE|$. Prosta przechodząca przez punkt A i prostopadła do prostej DE przecina prostą BC w punkcie P . Wykaż, że $|AP| = |DE|$. end{problem} begin{problem} W czworokącie wypukłym $ABCD$ przekątne AC i BD są równej długości. Punkty M i N są odpowiednio środkami boków AD i BC . Wykaż, że prosta MN tworzy równe kąty z przekątnymi. end{problem} begin{problem} Czy liczbę 2^{2005} da się przedstawić w postaci sumy kwadratów czterech liczb całkowitych dodatnich? emph{Skądinąd: dziwne, ale prawdziwe jest, że każdą liczbę naturalną jest sumą kwadratów czterech liczb całkowitych nieujemnych. Jak to przedstawienie wygląda dla 2^{2005} ?} end{problem} begin{problem} Ciąg d_1, d_2, \dots liczb naturalnych jest zdefiniowany w ten sposób, że dla $n=1, 2, \dots$ liczba d_{n+1} jest liczbą dodatnich dzielników d_n . Rozstrzygnij, dla jakich wartości $d_1 > 1$ ciąg (d_n) nie zawiera kwadratów liczb całkowitych. end{problem} begin{problem} Na bokach równoległoboku zbudowano, po zewnętrznej jego stronie, kwadraty o środkach O_1, O_2, O_3, O_4 . Dowiedz, że $O_1O_2O_3O_4$ jest kwadratem. end{problem} subsection{Dwa zadania na prostą pomocniczą} emph{Zadania pochodzą ze Staszica.} begin{problem} Dowiedz, że dla liczb dodatnich a, b, c zachodzi nierówność
$$\frac{a}{(b+c)^2} + \frac{b}{(a+c)^2} + \frac{c}{(a+b)^2} \geq \frac{9}{4(a+b+c)}$$
.] emph{Da się prostą pomocniczą, można też ciągami jednomonotonicznymi.} end{problem} begin{problem}[Zadanie \star] Udowodnij, że jeśli x, y, z są liczbami dodatnimi, to zachodzi
$$\frac{\sqrt{y+z}}{x} + \frac{\sqrt{z+x}}{y} + \frac{\sqrt{x+y}}{z} \geq \frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{x+y+z}}$$
.] end{problem} end{document}