



[Zadania PDF.](#)

Źródło zadań w texu.

```
% File: zad.tex % Created: Sat Nov 19 01:00 PM 2011 C % Last Change: Sat Nov 19
01:00 PM 2011 C documentclass[10pt]{article} usepackage{amssymb} usepackage{amsmath}
usepackage{amsthm} textwidth 16cm textheight 24cm oddsidemargin 0cm topmargin 0pt
headheight 0pt headsep 0pt usepackage[polish]{babel} usepackage[utf8]{inputenc}
usepackage[T1]{fontenc} usepackage{polski} usepackage{import} %usepackage{MnSymbol}
% ----- vfuzz4pt % Don't report over-full v-boxes if
over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full h-boxes if over-edge is small %
THEOREMS ----- newtheorem{thm}{Twierdzenie}[section]
newtheorem{cor}[thm]{Wniosek} newtheorem{lem}[thm]{Lemat}
newtheorem{defn}[thm]{Definicja} newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość}
newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza} newtheorem{useless}[thm]{}
newenvironment{sol}[1]{Rozwiązanie. }{vskip 3mm noindentemph{\#1} } {hfillpar}
newcounter{problem} newenvironment{problem}[1]{Zadanie}{stepcounter{problem} vskip
3mm noindent{textsc{bfseries \#1 theproblem}} } {hfillpar} defabs {\leftvert \right\vert}
renewcommand{angle}{sphericalangle} renewcommand{vec}[1]{\overrightarrow{\#1}}
renewcommand{leq}{\leqslant} renewcommand{geq}{\geqslant} renewcommand{dots}{ldots}
subimport{../}{style.sty} defsectionwidth{8cm} %include{style}
defheadpicture{..//micek-2cm.jpg} defauthor{Joachim Jelisiejew} defdate{22 listopada 2011}
begin{document} section{Zadania z~Deltą} emph{Zadania są przeznaczone dla obu grup,
choć ostatnie dwa, a~zwłaszcza ostatnie, będą dla młodszych bardzo trudne.}
begin{problem} Dane są liczby rzeczywiste  $a \geq 1, b \geq 2, c \geq 3$ . Uzasadnij, że
 $abc \geq a + b + c$ . end{problem} begin{problem} Dany jest trójkąt  $ABC$ , w~którym
 $AB = AC$  oraz  $\angle BAC = 90^\circ$ . Punkty  $D$  i  $E$  leżą odpowiednio na bokach
 $AB$  i  $AC$ , przy czym  $|AD| = |CE|$ . Prosta przechodząca przez punkt  $A$ 
i~prostopadła do prostej  $DE$  przecina prostą  $BC$  w~punkcie  $P$ . Wykaż, że  $|AP| = |DE|$ . end{problem} begin{problem} W~czworokącie wypukłym  $ABCD$  przekątne  $AC$  i  $BD$  się przecinają w~punkcie  $O$ . Przeciwległe wewnętrzne kąty w~vertycie  $O$  mierzą  $120^\circ$ . Wykaż, że  $ABCD$  jest równoramienny. end{problem}
```

Różności bez Jogiego

Wpisany przez Joachim Jelisiejew
sobota, 19 listopada 2011 14:35 -

i~\$BD\$ są równej długości. Punkty \$M\$ i~\$N\$ są odpowiednio środkami boków \$AD\$ i~\$BC\$. Wykaż, że prosta \$MN\$ tworzy równe kąty z~przekątnymi. end{problem}

begin{problem} Czy liczbę \$2^{2005}\$ da się przedstawić w~postaci sumy kwadratów czterech liczb całkowitych textbf{dodatnich}? emph{Skądinąd: dziwne, ale prawdziwe jest, że każdą liczbą naturalną jest sumą kwadratów czterech liczb całkowitych nieujemnych. Jak to przedstawienie wygląda dla \$2^{2005}\$?} begin{problem} Ciąg \$d_1,d_2,\dots\$ liczb naturalnych jest zdefiniowany w~ten sposób, że dla \$n=1,2,\dots\$ liczba \$d_{n+1}\$ jest liczbą dodatnich dzielników \$d_n\$. Rozstrzygnij, dla jakich wartości \$d_1 > 1\$ ciąg \$(d_n)\$ nie zawiera kwadratów liczb całkowitych. end{problem}

begin{problem} Na bokach równoległoboku zbudowano, po zewnętrznej jego stronie, kwadraty o~środkach \$O_1,O_2,O_3,O_4\$. Dowiedź, że \$O_1O_2O_3O_4\$ jest kwadratem. end{problem} end{document}