** **
Zadania PDF.

Źródło zadań w texu.

% File: zad.tex % Created: Sun Oct 23 03:00 PM 2011 C % Last Change: Sun Oct 23 03:00 PM 2011 C documentclass[10pt]{article} usepackage{amssymb} usepackage{amsmath} usepackage{amsthm} textwidth 16cm textheight 24cm oddsidemargin 0cm topmargin 0pt headheight 0pt headsep 0pt usepackage[polish]{babel} usepackage[utf8]{inputenc} usepackage[T1]{fontenc} usepackage{polski} usepackage{import} %usepackage{MnSymbol} % -- vfuzz4pt % Don't report over-full v-boxes if over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full h-boxes if over-edge is small % THEOREMS -- newtheorem{thm}{Twierdzenie}[section] newtheorem{cor}[thm]{Wniosek} newtheorem{lem}[thm]{Lemat} newtheorem{defn}[thm]{Definicja} newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość} newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza} newtheorem{useless}[thm]{} newenvironment{sol}[1][Rozwiązanie.]{ vskip 3mm noindentemph{#1} } {hfillpar} deflabelproblem{sectionID{}theproblem{}} newcounter{problem} newenvironment{problem}[1][Zadanie]{ stepcounter{problem} vskip 3mm noindent{textsc{bfseries #1 labelproblem}}\} {hfillpar} defabs #1{leftvert #1rightvert} renewcommand{angle}{sphericalangle} renewcommand{vec}[1]{overrightarrow{#1}} renewcommand{leq}{leqslant} renewcommand{geq}{geqslant} renewcommand{dots}{ldots} %subimport{../}{style.sty} subimport{./}{style-poprawki.sty} %include{style} defheadpicture{pi_roger.jpg} defauthor{Joachim Jelisiejew} defdate{25 października 2011} defbareroger{includegraphics[height=1em]{jolly-roger-mat}} defroger{ hbox{bareroger{}} } usepackage{multicol} begin{document} section{Nierówności I} setcounter{subsection}{1} subsection{Starsi} defsectionID{S} emph{Test na intuicję: wstaw znaki w~jak największej ilości poniższych podpunktów w~ciągu 15 min.~Sprawdź, ile Twoich odpowiedzi było prawdziwych. W~przypadku, gdy nie umiesz wybrać jednej opcji, wybierz dwie.} begin{problem} Wszystkie zmienne w~nierównościach są rzeczywiste dodatnie. We wszystkich poniższych nierównościach zastąp bareroger{} jednym ze znaków: $geq, leq, $.

begin{itemize} item Wstaw geq lub leq, jeżeli uważasz, że otrzymana w~ten sposób nierówność jest prawdziwa. item Wstaw $$ jeżeli uważasz, że zarówno po wstawieniu geq jak i~leq otrzymamy nieprawdziwą nierówność. end{itemize} Uzasadnij odpowiedź. begin{multicols}{2} begin{enumerate} item $frac{1}{a^3} + frac{1}{b^3} + frac{1}{c^3} roger frac{9}{a^3 + b^3 + c^3}$ item $frac{4}{3}left(a^2 + b^2 + c^2 right) + 2 roger 2(a + b + c)$ item $frac{2}{a} + frac{2}{b} + frac{2}{c} roger frac{a+c}{b^2} + frac{b+a}{c^2} + frac{c+b}{a^2}$ item $2(a + b + c) roger frac{4bc}{b+c} + frac{4ca}{a + c} + frac{4ab}{a+b}$ item $2left(a + b + c right) roger frac{4a^2}{b + c} + frac{4b^2}{a + c} + frac{4c^2}{a + b}$ item $a^3b + b^3c + c^3d + d^3a roger 4abcd$ end{enumerate} end{multicols} begin{enumerate} setcounter{enumi}{6} item $a^3b + b^3c + c^3d + d^3a roger a^2dc + b^2ad + c^2ba + d^2cb$ item Jeżeli $abcd=1$ to $left(frac{1}{a^2} + frac{1}{b^2} + frac{1}{c^2} + frac{1}{d^2}right)left(a^2 + b^2 + c^2 + d^2right) roger 16$ item Jeżeli $abcd=1$ to $frac{1}{a^2} + frac{1}{b^2} + frac{1}{c^2} + frac{1}{d^2} roger a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ item $3left(a^3 + b^3 + c^3right) + frac{1}{a} + frac{1}{b} + frac{1}{c} roger 2big(a(b+c) + b(a+c) + c(a+b)big)$ end{enumerate} end{problem} emph{K.K. (rozwinięcie na kółku)} begin{problem} Niech $a_1,dots,a_n$ będą dodatnie, niech $S:=a_1 + a_2 + dots + a_n$. Udowodnić, że [sum_{i=1}^n frac{a_i}{S-a_i} geq frac{n}{n-1}.] end{problem} begin{problem} Niech $a, bin left(0, frac{1}{2}right)$. Udowodnić, że [sqrt[2011]{ab} + sqrt[2011]{b(1-a-b)} + sqrt[2011]{(1-a-b)a} leq sqrt[2011]{3^{2009}}.] end{problem} begin{problem} Liczby $a_1,dots,a_n$ są dodatnie. Udowodnij, że [prod_{i=1}^n (1 + a_i) leq sum_{i=0}^n frac{left(a_1 + dots + a_n right)^i}{i!}.] end{problem} end{document}