



[](#)
[Zadania PDF.](#)

Źródło zadań w texu.

```
% File: zad.tex % Created: Sun Oct 09 02:00 PM 2011 C % Last Change: Sun Oct
09 02:00 PM 2011 C documentclass[10pt]{article} usepackage{amssymb}
usepackage{amsmath} usepackage{amsthm} textwidth 16cm textheight 24cm oddsidemargin
0cm topmargin 0pt headheight 0pt headsep 0pt usepackage[polish]{babel}
usepackage[utf8]{inputenc} usepackage[T1]{fontenc} usepackage{polski} usepackage{import}
%usepackage{MnSymbol} % ----- vfuzz4pt %
Don't report over-full v-boxes if over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full h-boxes if
over-edge is small % THEOREMS -----
newtheorem{thm}{Twierdzenie}[section] newtheorem{cor}[thm]{Wniosek}
newtheorem{lem}[thm]{Lemat} newtheorem{defn}[thm]{Definicja}
newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość} newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza}
newtheorem{useless}[thm]{} newenvironment{sol}[1][Rozwiązanie. ]{ noindentemph{#1} }
{hfillpar} %deflabelproblem{theproblem} deflabelproblem{sectionID}{theproblem{}}
newcounter{problem}[subsection] newenvironment{problem}[1][Zadanie]{
stepcounter{problem} vskip 1mm noindent{textbf{texts{ #1 } labelproblem}}par} {hfillpar}
defsource#1{\Źródło: #1} defabs #1{leftvert #1rightvert} renewcommand{thethm}{}
renewcommand{angle}{sphericalangle} renewcommand{vec}[1]{overrightarrow{#1}}
renewcommand{leq}{leqslant} renewcommand{geq}{geqslant} renewcommand{dots}{\ldots}
subimport{../}{style.sty} %include{style} defheadpicture{../micek-2cm.jpg} defauthor{Joachim
Jelisiejew} defdate{11 października 2011} begin{document} section{Kombinatoryka 2}
subsection{Zadania dla młodszych} defsectionID{M} emph{Inspiracja do zadań pochodzi ze
strony texttt{normalfont www.omg.edu.pl.} begin{problem} Każdy punkt płaszczyzny został
pomalowany jednym z~dwóch kolorów. Wykaż, że istnieją na tej płaszczyźnie dwa punkty
o~takim samym kolorze odległe o~$2011\text{cm}$. end{problem} begin{problem} Każdy punkt
płaszczyzny został pomalowany jednym z~dwóch kolorów, przy czym istnieją na tej
płaszczyźnie punkty różnych kolorów. Wykaż, że istnieją na tej płaszczyźnie dwa punkty
```

Kombinatoryka 2

Wpisany przez Joachim Jelisiejew
wtorek, 11 października 2011 17:54 -

różnych kolorów odległe o 2011cm . `end{problem}` `begin{problem}` W pokoju znajduje się 2011 osób, z których niektóre znają się wzajemnie. Udowodnić, że można znaleźć dwie osoby mające tyle samo znajomych. `emph{Wskazówka: dowód przez zaprzeczenie.}`
`end{problem}` `begin{problem}` Wybrano 2^{10} różnych liczb całkowitych dodatnich nie przekraczających 2011 . Udowodnij, że istnieją wśród nich liczby różniące się o 7 . Dla jakich innych liczb oprócz 7 umiesz udowodnić istnienie takich liczb? `end{problem}`
`subsection{Zadania dla starszych}` `defsectionID{S}` `begin{problem}` Sześć okręgów na punkt wspólny. Udowodnij, że co najmniej jeden ze środków tych okręgów leży na brzegu lub wewnątrz innego okręgu. `end{problem}` `begin{problem}` Dany jest ciąg 2010 liczb $[T=\text{left}(0, 1, \dots, 2009\text{right})]$. Możemy wybrać z tego ciągu dwa dowolne elementy, pomniejszyć jeden z nich o 1 oraz powiększyć drugi o 1 . Czy wielokrotnie tak postępując możemy dojść do ciągu, którego wszystkie elementy dają taką samą resztę z dzielenia przez 2010 ? `end{problem}` `begin{problem}` `begin{minipage}{10cm}`
Na tablicy napisano liczby $1, 2, 4, 5$. Operacja polega na wybraniu dwóch liczb a i b spośród napisanych na tablicy i zastąpieniu ich liczbami $\frac{a+b}{\sqrt{2}}$, $\frac{a-b}{\sqrt{2}}$. Udowodnij, że za pomocą takich operacji nie można otrzymać na tablicy liczb $1, 2\sqrt{2}, 3, 4\sqrt{2}$. `end{minipage}``begin{minipage}[]{1cm}`
`mbox{}` `end{minipage}``begin{minipage}[]{4cm}` `includegraphics{obrot}` `end{minipage}`
`emph{Zadanie z \star : domyślić się, ocb z rysunkiem.}` `end{problem}` `end{document}`