



[](#)
[Zadania PDF.](#)

Źródło zadań w texu.

```
% File: skrypcik.tex % Created: Sun Dec 11 11:00 PM 2011 C % Last Change: Sun
Dec 11 11:00 PM 2011 C documentclass[10pt]{article} usepackage{amssymb}
usepackage{amsmath} usepackage{amsthm} textwidth 16cm textheight 26cm oddsidemargin
0cm topmargin 0pt headheight 0pt headsep 0pt usepackage[polish]{babel}
usepackage[utf8]{inputenc} usepackage[T1]{fontenc} usepackage{polski} usepackage{import}
%usepackage{MnSymbol} % ----- vfuzz4pt %
Don't report over-full v-boxes if over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full h-boxes if
over-edge is small % THEOREMS -----
newtheorem{thm}{Twierdzenie}[section] newtheorem{cor}[thm]{Wniosek}
newtheorem{lem}[thm]{Lemat} newtheorem{defn}[thm]{Definicja}
newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość} newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza}
newtheorem{useless}[thm]{} newenvironment{sol}[1][Rozwiązanie. ]{ vskip 3mm
noindentemph{#1} } {hfillpar} newcounter{problem} newenvironment{problem}[1][Zadanie]{
stepcounter{problem} vskip 3mm noindent{textsc{bfseries #1 theproblem}} } {hfillpar} defabs
#1{leftvert #1rightvert} renewcommand{angle}{sphericalangle}
renewcommand{vec}[1]{overrightarrow{#1}} renewcommand{leq}{leqslant}
renewcommand{geq}{geqslant} renewcommand{dots}{ldots} subimport{../}{style.sty}
defsectionwidth{8cm} %include{style} defheadpicture{stala.jpg} defauthor{Joachim
Jelisiejew} defdate{12 grudnia 2011} begin{document} setlength{topmargin}{-1.5cm}
section{TL~--- powtórka I} subsection{Zadania tylko na dodawanie lub tylko na mnożenie}
emph{Dodawanie lub~mnożenie, osobno, tworzą zadania raczej z~kombinatoryki niż TL.}
begin{problem} Uzasadnić, że zbioru liczb  $\{N, N+1, N+2, \dots\}$  nie da się podzielić na
dwa podzbiory spełniające warunek: begin{center} dla dowolnych, być może równych,
elementów  $a, b, c$   $\text{nie}$  zachodzi  $a + b = c$ . end{center} end{problem}
begin{problem} Przypomnij dowód, że jeśli  $NWD(a, b) = 1$   $i$   $ab = c^n$  (wszystkie liczby
całkowite dodatnie), to istnieją  $t, u$  takie, że  $a = t^n, b = u^n$ . Czy ten dowód jest
```

I powtórzeniowe -- teoria liczb

Wpisany przez Joachim Jelisiejew
poniedziałek, 12 grudnia 2011 21:37 -

prawdziwy bez założenia, że $a, b > 0$? A czy byłby on prawdziwy, gdyby rozważyć sytuację z trzema liczbami a, b, c , takimi, że $\text{NWD}(a, b, c) = 1$ i $abc = d^n$?

Podaj przykład elementowego zbioru liczb całkowitych dodatnich S , takiego, że iloczyn dowolnego niepustego podzbioru zbioru S nie jest sześcianem liczby całkowitej.

Znajdź najmniejszą liczbę N taką, że dla każdego zbioru elementowego S , którego elementami są liczby całkowite dodatnie o dzielnikach pierwszych ze zbioru $\{p_1, p_2, \dots, p_{2011}\}$, istnieje podzbiór T taki, że jego iloczyn jest sześcianem liczby całkowitej.

Suma lub liczba dzielników

Przypomnij (wywnioskuj z postaci ciągowej) i udowodnij wzór na ilość $d(n)$ dzielników naturalnych (i całkowitych) liczby naturalnej n , w zależności od rozkładu na czynniki pierwsze, i zrób to samo dla $s(n)$ --- sumy dzielników, i dla sumy 2011 potęg dzielników.

Przygotowania do zadania 8.

Udowodnij, że $d(n) \leq n/2$ dla $n > N_0$ (wskaż N_0). Pokaż, że dla $s(n)$ taka nierówność nie zachodzi. Użyj podobnego rozumowania do pokazania, że $d(n) \leq n/2011$ dla $n > N_0$.

Niech $f: \mathbb{Z}_{>0} \rightarrow \mathbb{Z}_{>0}$ będzie dowolną funkcją, a M dowolną liczbą naturalną. Udowodnij, że ciąg $[a_1 = 1, a_{n+1} = f(a_n) \bmod M, \text{ dla } n = 1, 2, \dots]$ jest od pewnego miejsca okresowy.

Niech c będzie ustaloną liczbą całkowitą dodatnią. Ciąg (a_n) jest określony przez warunki $[a_1 = 1, a_{n+1} = d(a_n) + c, \text{ dla } n = 1, 2, \dots]$ gdzie $d(m)$ oznacza liczbę dodatnich dzielników liczby m . Wykazać, że istnieje taka liczba całkowita dodatnia k , że ciąg a_k, a_{k+1}, \dots jest okresowy.

Źródło: 57 OM, etap drugi