



[](#)
[Zadania PDF.](#)

Źródło zadań w texu.

```
% File: zad.tex % Created: Wed Jan 19 07:00 PM 2011 C % Last Change: Wed Jan
19 07:00 PM 2011 C documentclass[10pt]{article} usepackage{amssymb}
usepackage{amsmath} textwidth 16cm textheight 24cm oddsidemargin 0cm topmargin 0pt
headheight 0pt headsep 0pt usepackage[polish]{babel} usepackage[utf8]{inputenc}
usepackage[T1]{fontenc} usepackage{polski} usepackage{import} %usepackage{MnSymbol}
% ----- vfuzz4pt % Don't report over-full v-boxes if
over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full h-boxes if over-edge is small %
THEOREMS ----- newtheorem{thm}{Twierdzenie}[section]
newtheorem{cor}[thm]{Wniosek} newtheorem{lem}[thm]{Lemat}
newtheorem{defn}[thm]{Definicja} newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość}
newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza} newtheorem{useless}[thm]{}
newenvironment{proof}[1][Dowód. ]{noindenttextsc{#1}} {nolinebreak[4]hfill$\blacksquare$\par}
newenvironment{sol}[1][Rozwiązanie. ]{ noindenttextsc{#1}} {hfillpar}
newenvironment{problem}{noindenttextsc{Zadanie}} {hfillpar} defdeg{^{\circ}}
defsource#1{\Źródło: #1} renewcommand{thethm}{} renewcommand{angle}{sphericalangle}
renewcommand{vec}[1]{overrightarrow{#1}} renewcommand{leq}{leqslant}
renewcommand{geq}{geqslant} renewcommand{dots}{\ldots} include{style}
begin{document} section{random(Staszic)\[-3cm]{scriptsize Niech moc, cyrkiel i~linijka będą
z~Tobą.}\[1cm]} begin{enumerate} item Rozwiąż w~liczbach całkowitych dodatnich $x, y,
z$ równanie $x! + y! = z!.$ item Suma dodatnich liczb rzeczywistych $a_1, \dots, a_n$
wynosi $1$. Udowodnij, że [ \frac{a_1^2}{a_1 + a_2} + \frac{a_2^2}{a_2 + a_3}
+ \dots + \frac{a_n^2}{a_n + a_1} \geq \frac{1}{2} ] item Funkcja $f:
\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dla dowolnego $x \in \mathbb{R}$ spełnia równości:
[ f(x) = f(2x) = f(1-x). ] Dowieść, że $f$ jest okresowa. item Niech $n$
będzie liczbą naturalną, $q$ liczbą jedynek w~jej zapisie binarnym, a~$p$ liczbą zer na
końcu zapisu binarnego $n!$. Wykazać, że $n = p + q$. item emph{To chyba
```

Zadania różne (i ładny okrąg Fuerebacha ;)

Wpisany przez Joachim Jelisiejew
sobota, 22 stycznia 2011 21:42 -

było.} Dany jest trójkąt ABC w którym $AC = BC$. Punkt D jest środkiem boku AB , a punkt E jest rzutem prostokątnym punktu D na prostą BC . Punkt M jest środkiem odcinka DE . Dowieść, że proste AE i CM są prostopadłe.

item Okrąg o środku I jest wpisany w trójkąt ABC i styczny do boku BC w punkcie A' . Wykazać, że środki odcinków BC i AA' są współliniowe z I .

item Wykaż, że równanie Fermata $x^n + y^n = z^n$ nie ma rozwiązań w $x, y, z \in \mathbb{Z}_+$, gdy $x < n$ (oczywiście $n \in \mathbb{N}$). item Rozwiąż następujący układ równań w liczbach rzeczywistych:

$$\begin{cases} x^2 + 1 = 2y \\ y^2 + 1 = 2z \\ z^2 + 1 = 2x \end{cases}$$

item *to chyba też.*

W każde pole nieskończonej szachownicy wpisano liczbę całkowitą dodatnią w taki sposób, że dowolna liczba jest średnią harmoniczną liczb sąsiadujących z nią.

Udowodnij, że wszystkie te liczby są parami równe. end{enumerate} end{document}