



[
Zadania PDF.](#)

Źródło zadań w texu.

```
% File: zad.tex % Created: Fri Mar 11 02:00 PM 2011 C % Last Change: Fri Mar 11
02:00 PM 2011 C documentclass[10pt]{article} usepackage{amssymb} usepackage{amsmath}
textwidth 16cm textheight 24cm oddsidemargin 0cm topmargin 0pt headheight 0pt headsep
0pt usepackage{polish}{babel} usepackage[utf8]{inputenc} usepackage[T1]{fontenc}
usepackage{polski} usepackage{import} %usepackage{MnSymbol} %
----- vfuzz4pt % Don't report over-full v-boxes if
over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full h-boxes if over-edge is small %
THEOREMS ----- newtheorem{thm}{Twierdzenie}[section]
newtheorem{cor}[thm]{Wniosek} newtheorem{lem}[thm]{Lemat}
newtheorem{defn}[thm]{Definicja} newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość}
newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza} newtheorem{useless}[thm]{}
newenvironment{proof}[1][Dowód. ]{\noindenttextsc{#1}} {\nolinebreak[4]hfill$\blacksquare$\par}
newenvironment{sol}[1][Rozwiązanie. ]{\noindenttextsc{#1}} {\hfillpar}
newenvironment{problem}{\noindenttextsc{Zadanie}} {\hfillpar} defdeg{^{\circ}}
defsource#1{\Źródło: #1} renewcommand{thethm}{} renewcommand{angle}{sphericalangle}
renewcommand{vec}[1]{\overrightarrow{#1}} renewcommand{leq}{\leqslant}
renewcommand{geq}{\geqslant} renewcommand{dots}{\ldots} subimport{../}{style}
%include{style} begin{document} section{Różności część II} begin{enumerate} item Czy
wyrażenie $\sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \dots}}}$, o~którym wiemy, że jest liczbą rzeczywistą,
jest liczbą naturalną? item Udowodnij, że istnieje taka liczba $c$, dla której równanie
$[x\sqrt{3}\{x\} + [y\sqrt{3}\{y\}] = c$ ma co najmniej $17032011$ rozwiązań w~liczbach
naturalnych $x, y$ ($[A]$ oznacza największą liczbę całkowitą nie większą od $A$).
item Udowodnij, że każda liczba wymierna z~przedziału $(0, 1)$ daje się zapisać jako
suma ułamków ``egipskich" tj. o~licznikach równych $1$ i~mianownikach będących
różnymi liczbami naturalnymi, np. [ $\frac{5}{13} = \frac{1}{3} + \frac{1}{20} +
\frac{1}{720}$. ] item Wykaż, że jeśli $n$ jest liczbą całkowitą dodatnią, to [
```

Różności II

Wpisany przez Joachim Jelisiejew
niedziela, 20 marca 2011 22:27 -

$\frac{6n}{(n+1)(2n+1)} \leq 1 + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{n^2} \leq 2 - \frac{1}{n}$.]
item Udowodnij, że jeśli a, b, c są długościami boków trójkąta, to [$\sqrt{-a+b+c} + \sqrt{a-b+c} + \sqrt{a+b-c} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}$.] item Dowiedź, że dla dodatnich liczb a, b, c zachodzi nierówność [$\frac{2a+1}{b+c+1} + \frac{2b+1}{a+c+1} + \frac{2c+1}{a+b+1} \geq 3$.] item Suma nieujemnych liczb x_1, \dots, x_n wynosi 1 . Wyznacz maksymalną wartość wyrażenia $[x_1 \cdot \sqrt{x_2} \cdot \dots \cdot \sqrt[n]{x_n}]$ source{V LO w~Bielsku Białej (część zadań)}
end{enumerate} end{document}