



[&nbsp;](#)  
[Zadania PDF.](#)

Do domu są zadania z paragrafu "zadania kółkowe". "Zadania na dzień dobry" były przeznaczone dla ew. klas pierwszych (nie Filipa i Damiana ;P), które miałyby się pojawić. Pozdrawiam, Yogi

### Źródło zadań w texu.

```
% File: zad.tex
% Created: Wed Apr 27 08:00 PM 2011 C
% Last Change: Wed Apr 27 08:00 PM 2011 C
documentclass[10pt]{article}
usepackage{amssymb}
usepackage{amsmath}
textwidth 16cm
textheight 24cm
oddsidemargin 0cm
topmargin 0pt
headheight 0pt
headsep 0pt
usepackage[polish]{babel}
usepackage[utf8]{inputenc}
usepackage[T1]{fontenc}
usepackage{polski}
usepackage{import}
%usepackage{MnSymbol}
% -----
vfuzz4pt % Don't report over-full v-boxes if over-edge is small
```

## Mix zadaniowy 28.04.11

Wpisany przez Joachim Jelisiejew

piątek, 29 kwietnia 2011 07:19 - Poprawiony niedziela, 01 maja 2011 18:59

---

```
hfuzz4pt % Don't report over-full h-boxes if over-edge is small
```

```
% THEOREMS -----
```

```
newtheorem{thm}{Twierdzenie}[section]
```

```
newtheorem{cor}[thm]{Wniosek}
```

```
newtheorem{lem}[thm]{Lemat}
```

```
newtheorem{defn}[thm]{Definicja}
```

```
newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość}
```

```
newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza}
```

```
newtheorem{useless}[thm]{}
```

```
newenvironment{proof}[1][Dowód. ]{\noindenttextsc{#1}}
```

```
{\nolinebreak[4]\hfill$\blacksquare$\par}
```

```
newenvironment{sol}[1][Rozwiązanie. ]{\
```

```
noindenttextsc{#1}}
```

```
{\hfillpar}
```

```
newenvironment{problem}{\noindenttextsc{Zadanie}}{\
```

```
{\hfillpar}
```

```
defdeg{^{\circ}}
```

```
defsource#1{\Zródło: #1}
```

```
renewcommand{thethm}{}
```

```
renewcommand{angle}{sphericalangle}
```

```
renewcommand{vec}[1]{\overrightarrow{#1}}
```

```
renewcommand{leq}{\leqslant}
```

```
renewcommand{geq}{\geqslant}
```

```
renewcommand{dots}{\ldots}
```

```
subimport{../}{style}
```

```
%include{style}
```

```
begin{document}
```

```
section{Mix zadaniowy}
```

```
subsection{Zadania na dzień dobry}
```

```
begin{enumerate}
```

item Ambassadorów \$2009\$ państw posadzono przy okrągłym stole, na którym umieszczone są proporczyki państw. Niestety żaden ambasador nie siedzi przy proporczyku swojego państwa. Uzasadnij, że można tak obrócić stół, że co najmniej dwóch ambasadorów będzie siedziało przy właściwych proporczykach.

item Dla jakich liczb całkowitych \$n\$ liczba \$1! + 2! + \dots + n!\$ jest kwadratem liczby całkowitej?

item Na ile sposobów da się pokryć kwadrat \$15 \times 15\$ kwadratami \$3 \times 3\$ i \$5 \times 5\$?

## Mix zadaniowy 28.04.11

Wpisany przez Joachim Jelisiejew

piątek, 29 kwietnia 2011 07:19 - Poprawiony niedziela, 01 maja 2011 18:59

---

item Dany jest graf nieskierowany, prościej mówiąc wierzchołki połączone krawędziami (co najwyżej jedna krawędź pomiędzy dwoma różnych wierzchołkami, nie ma krawędzi prowadzących z wierzchołka do tego samego wierzchołka).  $\text{emph}\{\text{Stopniem}\}$  wierzchołka nazywamy ilość krawędzi wychodzących z tego wierzchołka. Uzasadnić, że pewne dwa wierzchołki mają ten sam stopień.

end{enumerate}

subsection{Zadania kółkowe}

begin{enumerate}

item

Niech  $a$  i  $b$  będą względnie pierwszymi liczbami naturalnymi. Liczbę naturalną  $n$  nazwiemy  $\text{emph}\{\text{dobrą}\}$ , jeżeli istnieją takie liczby całkowite  $x, y$ , że  $n = ax + by$ .

begin{enumerate}

item Udowodnić, że liczba  $n_0 = (a-1)(b-1)-1$  nie jest dobra,

item  $a - n_0 + 1$  i każda większa jest dobra.

end{enumerate}

item

Niech  $p$  będzie nieparzystą liczbą pierwszą.

begin{enumerate}

item Uzasadnij, że liczba  $a$  jest resztą kwadratową  $\pmod p$  wtedy i tylko wtedy, gdy  $a^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1 \pmod p$ .

item Uzasadnij, że jeśli

$g$  jest generatorem  $\pmod p$  i  $a$  nie jest resztą kwadratową  $\pmod p$ , to  $(ag)^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1 \pmod p$  i w związku z tym  $ag$  nie jest generatorem  $\pmod p$ .

end{enumerate}

item

Czworokąt  $ABCD$  jest wpisany w okrąg. Punkt  $M$  jest środkiem przekątnej  $AC$  i  $\angle AMB = \angle AMD$ . Wykazać, że  $MA^2 = MB \cdot MD$ .

item

Dany jest okrąg  $\omega$  oraz punkty  $A$  i  $B$ . Skonstruować okrąg styczny do okręgu  $\omega$ , przechodzący przez punkty  $A$  i  $B$ .

item

Okręgi  $\omega_1$  i  $\omega_2$  są styczne zewnętrznie w punkcie  $A$ . Wspólna styczna zewnętrzna tych okręgów przecina prostą łączącą ich środki w punkcie  $S$ . Prosta przechodząca przez  $S$  przecina okręgi  $\omega_1$  i  $\omega_2$  kolejno w punktach  $B, C, D, E$ . Wykazać, że kąt  $\angle BAD$  jest prosty.

end{enumerate}

end{document}