

□



[
Zadania PDF.](#)

Źródło zadań w texu.

```
% File: new_zad.tex % Created: Wed Jan 12 11:00 PM 2011 C % Last Change: Wed
Jan 12 11:00 PM 2011 C documentclass[10pt]{article} usepackage{amssymb}
usepackage{amsmath} textwidth 16cm textheight 24cm oddsidemargin 0cm topmargin 0pt
headheight 0pt headsep 0pt usepackage[polish]{babel} usepackage[utf8]{inputenc}
usepackage[T1]{fontenc} usepackage{polski} usepackage{import} %usepackage{MnSymbol}
% ----- vfuzz4pt % Don't report over-full v-boxes if
over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full h-boxes if over-edge is small %
THEOREMS ----- newtheorem{thm}{Twierdzenie}[section]
newtheorem{metathm}{Metatwierdzenie}[section] newtheorem{cor}[thm]{Wniosek}
newtheorem{lem}[thm]{Lemat} newtheorem{defn}[thm]{Definicja}
newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość} newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza}
newtheorem{useless}[thm]{} newenvironment{proof}[1][Dowód. ]{noindenttextsc{#1}}
{nolinebreak[4]hfill$\blacksquare$\par} newenvironment{sol}[1][Rozwiązanie. ]{
noindenttextsc{#1}} {hfillpar} newenvironment{problem}{noindenttextsc{Zadanie}} {hfillpar}
defdeg{^{\circ}} defsource#1{\Źródło: #1} include{style} begin{document}
section{Jednokładność} paragraph{Teoria} begin{enumerate} item
begin{defn}Jednokładnością o skali  $k$  względem  $O$  (który nazywamy środkiem
jednokładności) nazywamy przekształcenie płaszczyzny które każdemu punktowi  $A$ 
przyporządkowuje punkt  $A'$ , taki, że: begin{itemize} item  $A, O, A'$  - na jednej
prostej item  $|OA'| = k|OA|$  item Jeżeli  $k = 0$ , to po jednej. end{itemize}
end{defn} Strasznie formalnie wyszło... Alternatywna definicja: Jednokładność jaka jest,
każdy widzi. Najlepiej myśleć o~jednokładności jako o~takim upgradowanym
podobieństwie, ale ono jest mocno upgradowane, jak Zergling na III poziomie
w~porównaniu do tego z~l w~sc. item Jednokładność przenosi proste na proste, odcinki na
odcinki, okręgi na okręgi. Mnoży przez  $k$  długości. Zachowuje kąty i~przenosi punkty
przecięcia na punkty przecięcia. Przenosi równoległe na równoległe. Z~grubsza zachowuje
```

Jednokładność i prosta Eulera

Wpisany przez Joachim Jelisiejew
czwartek, 13 stycznia 2011 19:48 -

całą geometrię sytuacji. $\text{item begin\{metathm\}}$ Jednokładność zachowuje wszystkie sensowne konstrukcje: przenosi styczne na styczne, środki okręgów opisanych na środki okręgów opisanych, ortocentra na ortocentra itp. $\text{end\{metathm\}}$ $\text{item emph\{Tylko informacyjnie. Dla głębszych rozważań polecam stare kółka.\}}$ Złożenie dwóch jednokładności o skalach α, β jest: $\text{begin\{itemize\}}$ item Jednokładnością o skali $\alpha\beta$, jeżeli $\alpha\beta=1$ item Translacją (tj. przesunięciem o wektor), jeżeli $\alpha\beta=1$ (można na to patrzeć jak na jednokładność o nieskończonym środku) $\text{end\{itemize\}}$ $\text{end\{enumerate\}}$ $\text{subsection\{Zadania\}}$ $\text{begin\{enumerate\}}$ item Okrąg wpisany w $\triangle ABC$ jest styczny do AB w punkcie E . Niech EF będzie średnicą tego okręgu. Okrąg dopisany do boku AB trójkąta ABC jest styczny do tego boku w G . Udowodnić, że punkty C, F, G są współliniowe. item Okręgi O_1 i O_2 są styczne wewnętrznie w punkcie P (O_2 ma mniejszy promień od O_1). Cięciwa AB okręgu O_1 jest styczna do okręgu O_2 w M . Udowodnić, że PM jest dwusieczną kąta $\angle APB$. $\text{itembegin\{thm\}[prosta Eulera]}$ Udowodnić, że w trójkącie nierównobocznym ABC środek ciężkości M , ortocentrum H i środek okręgu opisanego O leżą na jednej prostej. $\text{begin\{enumerate\}}$ item Rozważyc środki A', B', C' boków BC, CA, AB . Udowodnić, że środek okręgu opisanego na ABC to ortocentrum $A'B'C'$. item Udowodnić, że środki ciężkości $\triangle ABC$ i $\triangle A'B'C'$ odpowiadają jednokładność. item udowodnić twierdzenie, stosując odpowiednią jednokładność. item znaleźć stosunek OM/HM . $\text{end\{enumerate\}}$ $\text{end\{thm\}}$ $\text{item begin\{thm\}[okrąg Feuerbacha, dziewięciu punktów]}$ Niech H i O oznaczają ortocentrum i środek okręgu opisanego na trójkącie nierównobocznym ABC . Udowodnić, że $\text{begin\{enumerate\}}$ item istnieje okrąg przechodzący przez środki boków i spodki wysokości ABC (łącznie 6 punktów), item środek F tego okręgu leży na prostej Eulera (prostej HO), jaki jest stosunek FO/HO ? item okrąg ten przechodzi również przez środki odcinków łączących wierzchołki z ortocentrum (+3 punkty). $\text{emph\{Jeden z piękniejszych dowodów wykorzystuje odbicia ortocentrum względem boków.\}}$ $\text{end\{enumerate\}}$ $\text{end\{thm\}}$ $\text{end\{enumerate\}}$ $\text{subsection\{Pompowanie\}}$ Zadania ze zbioru dra~Pompe (na stronie), których dowody każdy na 2. etapie powinien pamiętać (i same fakty także $\text{\$dotsmile\}$): $\text{begin\{center\}}$ $\text{begin\{tabular\}}[|c|c|c|c|c|c|c|]$ hline 9 & 15 & 16 & 17 & 18 & 33 & 34 & 50 & 63 hline $\text{end\{tabular\}}$ $\text{end\{center\}}$ $\text{subsection\{Jedna stereometria na pocieszenie\}}$ $\text{begin\{problem\}}$ Sfera wpisana w czworoscian $ABCD$ jest styczna do ścian ABC i BCD odpowiednio w punktach P i Q . Dowieść, że $\angle APB = \angle CQD$. $\text{end\{problem\}}$ $\text{mbox\{\}source\{Wykłady M.~Kiezy\}}$ $\text{end\{document\}}$