Nierówność Jensena

Wpisany przez Joachim Jelisiejew
niedziela, 07 lutego 2010 19:46 -

** **
Zadania PDF.

Źródło zadań w texu.

```
% File: zadania.tex % Created: wto gru 22 02:00 2009 C % Last Change: wto gru 22 02:00 2009 C % documentclass[10pt]{article} usepackage{amssymb} usepackage{amsmath} textwidth 16cm textheight 24cm oddsidemargin 0cm topmargin 0pt headheight 0pt headsep 0pt usepackage[polish]{babel} usepackage[utf8]{inputenc} usepackage[T1]{fontenc} usepackage{import} %usepackage{MnSymbol} % ---------------------------------------------------------------- vfuzz4pt % Don't report over-full v-boxes if over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full h-boxes if over-edge is small % THEOREMS ------------------------------------------------------- newtheorem{thm}{Twierdzenie}[section] newtheorem{cor}[thm]{Wniosek} newtheorem{lem}[thm]{Lemat} newtheorem{defn}[thm]{Definicja} newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość} newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza} newtheorem{useless}[thm]{} defmb#1{mathbb{#1}} defrozw{$ $\textbf{Rozwiązanie}: \} defdeg{^{circ}} defsource#1{\Źródło: #1} include{style} begin{document} section{Jensen} begin{enumerate} item Liczby dodatnie $x,y,z$ spełniają $x+y+z=3$. Wykazać, że $$frac{3x+2}{x+1} + frac{3y+2}{y+1} + frac{3z+2}{z+1} leq frac{15}{2}$$ item Pokazać, że dla dowolnych $a,b,c,din mathbb{R}_+$ zachodzi $$frac{a}{sqrt[3]{a^3 + 63bcd}}+frac{b}{sqrt[3]{b^3 + 63acd}}+frac{c}{sqrt[3]{c^3 + 63abd}}+frac{d}{sqrt[3]{d^3 + 63abc}} geq 1$$ item Pokazać, że dla $x,y,zin mathbb{R}_+$ zachodzi $$xsqrt{y+z} + ysqrt{x+z} + zsqrt{x+y} leq sqrt{2(x+y+z)(xy+yz+zx)}$$ item Liczby dodatnie $a,b,c$ sumują się do $1$. Udowodnić, że $$sqrt{(b+c)(2a+b+c)} + sqrt{(a+c)(a+2b+c)} + sqrt{(a+b)(a+b+2c)}leq 2sqrt{2}$$ item Udowodnić, że dla liczb dodatnich $x,y,z$ zachodzi $$3left( frac{x+y+z}{3} right)^{3/2} leq x^{3/2} + y^{3/2} + z^{3/2} leq sqrt{(x+y+z)(x^2 + y^2 + z^2)}$$ end{enumerate} footnotesize{Zadania pochodzą ze Staszica, logo ze strony MIMUW} end{document}
```