



[](#)
[Zadania PDF.](#)

Źródło zadań w texu.

```
% File: zad.tex % Created: wto kwi 27 11:00 2010 C % Last Change: wto kwi 27
11:00 2010 C documentclass[10pt]{article} usepackage{amssymb} usepackage{amsmath}
textwidth 16cm textheight 24cm oddsidemargin 0cm topmargin 0pt headheight 0pt headsep
0pt usepackage[polish]{babel} usepackage[utf8]{inputenc} usepackage[T1]{fontenc}
usepackage{import} %usepackage{MnSymbol} %
----- vfuzz4pt % Don't report over-full v-boxes if
over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full h-boxes if over-edge is small %
THEOREMS ----- newtheorem{thm}{Twierdzenie}[section]
newtheorem{cor}[thm]{Wniosek} newtheorem{lem}[thm]{Lemat}
newtheorem{defn}[thm]{Definicja} newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość}
newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza} newtheorem{useless}[thm]{}
newtheorem{problem}[thm]{Zadanie} newenvironment{proof}{noindenttextsc{Dowód.}}
{nolinebreak[4]hfill$\blacksquare$\par} newenvironment{sol}{noindenttextsc{Rozwiązanie. }}
{par} defrozw{$ $\textbf{Rozwiązanie}: } defdeg{^{\circ}} subimport{../}{style}
%include{style} defsource#1{\Źródło: #1} begin{document} renewcommand{thethm}{}
section{Wspominki po finale} subsection{Małe twierdzenie Fermata, twierdzenie Lagrange}
begin{enumerate} item Znajdź wszystkie liczby pierwsze  $p$ , takie, że  $\underbrace{11\dots1}_p$ 
source{H. Pawłowski} item Liczba pierwsza  $p$  jest postaci
 $5k+2$ , gdzie  $k \in \mathbb{Z}$ . Uzasadnić, że  $a^5 \equiv b^5 \pmod p \iff a \equiv b \pmod p$ 
item Wyznaczyć najmniejszą taką liczbę pierwszą  $p$ , że liczba
 $2^{120}-1$  jest podzielna przez  $p$  i nie jest podzielna przez  $p^2$ .
source{Zwardoń 2007} item Niech  $p \geq 5$  będzie liczbą pierwszą. Udowodnij, że istnieje
takie  $n$  naturalne, że  $p \mid 2^n + 3^n + 6^n - 1$  Wskazówka: zgadnij to
 $n$  :) source{Mathlinks} item Niech  $a, b, c \in \mathbb{Z}$  będą takie, że  $a+b+c=0$ .
Rozstrzygnij, czy  $a^{61} + b^{61} + c^{61}$  może być liczbą pierwszą.
source{Mathlinks} end{enumerate} subsection{Reszty kwadratowe -- teoria} We wszystkich
```

Małe twierdzenie Fermata i reszty kwadratowe

Wpisany przez Joachim Jelisiejew

wtorek, 27 kwietnia 2010 17:32 - Poprawiony wtorek, 27 kwietnia 2010 17:38

poniższych zadaniach dana jest liczba pierwsza $p > 2$. `begin{defn}` Liczbę a nazywamy resztą kwadratową $\pmod p$, jeżeli istnieje takie $z \in \mathbb{Z}$, że $a \equiv z^2 \pmod p$. `end{defn}` `begin{enumerate}` `item` Uzasadnij, że jeżeli $k^2 \equiv l^2 \pmod p$, to $k \equiv l \pmod p$ lub $k \equiv -l \pmod p$ `item` Oblicz ile jest reszt kwadratowych $\pmod p$. `item` Udowodnij, że liczba a jest resztą kwadratową $\pmod p$ wtedy i tylko wtedy, gdy $a^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1 \pmod p$ `item` Stwierdź, które liczby są resztami kwadratowymi $\pmod{11}$, a które $\pmod{13}$. Spróbuj znaleźć pewne prawidłowości w obu przypadkach, udowodnij je. `end{enumerate}` `end{enumerate}` `end{document}`