



[](#)
[Zadania PDF.](#)

Źródło zadań w texu.

```
% File: zadania.tex % Created: wto gru 08 10:00 2009 C % Last Change: wto gru 08
10:00 2009 C % documentclass[10pt]{article} usepackage{amssymb} usepackage{amsmath}
textwidth 16cm textheight 24cm oddsidemargin 0cm topmargin 0pt headheight 0pt headsep
0pt usepackage[polish]{babel} usepackage[utf8]{inputenc} usepackage[T1]{fontenc}
%usepackage[MnSymbol] % ----- vfuzz4pt %
Don't report over-full v-boxes if over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full h-boxes if
over-edge is small % THEOREMS -----
newtheorem{thm}{Twierdzenie}[section] newtheorem{cor}[thm]{Wniosek}
newtheorem{lem}[thm]{Lemat} newtheorem{defn}[thm]{Definicja}
newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość} newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza}
newtheorem{useless}[thm]{} defmb#1{\mathbb{#1}} defrozw{${$}\textbf{Rozwiązanie}: \}
defdeg{^\circ} defsourc#1{\Źródło: #1} include{style} begin{document} section{Estońska
OM} paragraph{Łatwiejsze} begin{enumerate} item Jogi, zdenerwowany niską frekwencją
oddawania prac domowych, wymyślił sadystyczne zadanie:\ Wybrać zbiór  $A$ 
dzielników  $2009^{2009^{2009}}$ , taki, że jeżeli  $a, b \in A$  i  $a \neq b$  to  $a \nmid b$ .
Ile maksymalnie elementów może mieć zbiór  $A$ ? item Dany jest trójkąt  $ABC$ . Wysokość
opuszczona z wierzchołka  $A$  na  $BC$  jest styczna do okręgu opisanego na  $ABC$ .
Udowodnić, że miara pewnego kąta trójkąta  $ABC$  leży w przedziale  $(90^\circ, 135^\circ)$ .
item Dany jest trójkąt  $ABC$ . Wysokości opuszczone z wierzchołka  $A$  na  $BC$  i z
wierzchołka  $B$  na  $AC$  są styczne do okręgu opisanego na  $ABC$ . Znaleźć miary
kątów  $\triangle ABC$ . item Punkty  $E, D$  leżą odpowiednio na bokach  $AC, BC$  trójkąta
 $ABC$ , przy czym zachodzi  $2|CE| = |AE|$  oraz  $2|CD| = |BD|$ . Na zewnątrz
trójkąta  $ABC$  wybieramy na półprostych  $AD, BE$  punkty  $K, L$  tak, że  $2|KD| =
|AD|$  i  $2|LE| = |BE|$ . Udowodnić, że  $ABKL$  jest równoległobokiem. end{enumerate}
paragraph{"Nietrudniejsze"} begin{enumerate} item Dany jest trójkąt  $ABC$ . Prosta  $l$ 
przechodzi przez  $B$  i jest prostopadła do  $AB$ , prosta  $m$  przechodzi przez  $C$  i jest
```

Estońska OM

Wpisany przez Joachim Jelisiejew
niedziela, 07 lutego 2010 19:45 -

prostopadła do AC , prosta x jest wysokością opuszczoną z A w trójkącie ABC . Udowodnić, że x, y, z mają wspólny punkt wtedy i tylko wtedy, gdy $|AB| = |AC|$.
item Znajdź wszystkie liczby całkowite dodatnie n , takie, że istnieje dokładnie $2n$ par liczb całkowitych (a, b) takich, że $1 \leq a$