** **
Zadania PDF.

Źródło zadań w texu.

```
 documentclass[10pt]{article}  usepackage{amssymb}  usepackage{amsmath}  textwidth 16cm
 textheight 24cm  oddsidemargin 0cm  topmargin 0pt  headheight 0pt  headsep 0pt
usepackage[polish]{babel}  usepackage[utf8]{inputenc}  usepackage[T1]{fontenc}
%usepackage{MnSymbol}  % ---------------------------------------------------------------  vfuzz4pt %
Don't report over-full v-boxes if over-edge is small  hfuzz4pt % Don't report over-full h-boxes if
over-edge is small  % THEOREMS -------------------------------------------------------
newtheorem{thm}{Twierdzenie}[section]  newtheorem{cor}[thm]{Wniosek}
newtheorem{lem}[thm]{Lemat}  newtheorem{defn}[thm]{Definicja}
newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość}  newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza}
newtheorem{useless}[thm]{}    include{style}    begin{document}  section{Triki z nierównościami}
 begin{enumerate}  item Udowodnij, że dla liczb dodatnich $a,b,c$ zachodzi  $$frac{sqrt{a^2bc}
+ sqrt{ab^2c} + sqrt{abc^2} + (a+b+c)^2}{sqrt{a+b+c}sqrt{abc}} geq 4sqrt{3}$$  source{Koło
PTMu - 6 młodsi grudzień 2006}  %odp. grupowanie    item Udowodnij, że dla liczb dodatnich
$a,b$ zachodzi  $$frac{a^2+b^2}{ab} + frac{ab}{a^2 + b^2} geq frac{5}{2}$$  source{Zadania
przygotowawcze do konkursu PTM}  %odp. grupowanie    item * Niech $a,b,c$ będą liczbami
dodatnimi, takimi, że $abc=1$. Pokazać, że  $$frac{1}{a^3(b+c)} + frac{1}{b^3(a+c)} +
frac{1}{c^3(a+b)} geq frac{3}{2}$$  source{IMO 1995}  %warunek + jednomono + szacowanie
na chama    item Niech $a,b$ będą liczbami dodatnimi, takimi, że $a+b = 1$. Udowodnić, że
$$frac{a^2}{a+1} + frac{b^2}{b+1} geq frac{1}{3}$$  source{Jungary 1996, Hoojoo Lee}
%comment: można też z Jensena  %przyblizenie wymierne    item Wykazać, że dla liczb
dodatnich $a,b,c,d$ zachodzi nierówność  $$frac{a^4}{a^3 + a^2b + b^3} + frac{b^4}{b^3 + b^2c
+ c^3} + frac{c^4}{c^3 + c^2d + d^3} + frac{d^4}{d^3 + d^2a + a^3} geq frac{a+b+c+d}{3}$$
source{Staszic}  %przyblizenie wymierne    item Udowodnić, że dla dowolnych liczb dodatnich
$a,b,c$ zachodzi nierówność Nesbitta  $$frac{a}{b+c} + frac{b}{a+c} + frac{c}{a+b} geq
frac{3}{2}$$  %dodawanie stałej  source{known}    item Udowodnij, że dla dowolnych liczb
dodatnich $a,b,c$ zachodzi  $$frac{a+b}{c} + frac{b+c}{a} + frac{a+c}{b} geq 4left(frac{a}{b+c} +
```

frac{b}{a+c} + frac{c}{a+b}right)$$ %odp. grupowanie source{Pawłowski} item Niech $n>3$ będzie liczbą naturalną, a liczby $x_1,x_2,dots,x_n$ będą dodatnie. Udowodnij, że $$sum_{i=1}^n frac{x_i + x_{i+3}}{x_{i+1} + x_{i+2}} geq n$$ gdzie suma jest cykliczna, tj. $x_{n+1} = x_1, x_{n+2} = x_2, x_{n+3} = x_3$. %dodawanie stałej source{OM} end{enumerate} end{document}