** **
Zadanie rozwiązane w PDF.

Źródło w texu.

documentclass[10pt]{article} usepackage{amssymb} usepackage{amsmath} textwidth 16cm textheight 24cm oddsidemargin 0cm topmargin 0pt headheight 0pt headsep 0pt usepackage[polish]{babel} usepackage[utf8]{inputenc} usepackage[T1]{fontenc} %usepackage{MnSymbol} % --- vfuzz4pt % Don't report over-full v-boxes if over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full h-boxes if over-edge is small % THEOREMS --- newtheorem{thm}{Twierdzenie}[section] newtheorem{cor}[thm]{Wniosek} newtheorem{lem}[thm]{Lemat} newtheorem{defn}[thm]{Definicja} newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość} newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza} newtheorem{useless}[thm]{} begin{document} title{Zadanko o pomnikach} date{} maketitle paragraph{Zadanie} Mamy n pomników Endrju Wspaniałego. Między każdymi dwoma pomnikami jest dwustronne bezpośrednie połączenie. Połączenia obsługiwane są przez k przewoźników (dane połączenie obsługuje w obie strony ten sam przewoźnik). Udowodnić, że istnieją takie 3 pomniki, że wszystkie połączenia między nimi obsługuje ten sam przewoźnik, dla: begin{enumerate} item $n=6$, $k=2$ item $n=17$, $k=3$ item $n=66$, $k=4$ end{enumerate} textbf{Rozwiązanie}:\ Indukcyjnie po k.\ Nazwijmy przewoźników $A,B,C,D,cdots$. Dla $n=6$, $k=2$ wybierzmy dowolny pomnik. Ma on 5 połączeń do innych pomników i jest 2 przewoźników, więc z Dirichleta ma co najmniej $lceilfrac{5}{2}rceil=3$ połączenia obsługiwane przez jednego przewoźnika, którego nazwiemy A. Jeżeli pomiędzy którymikolwiek dwoma pomnikami z tych trzech jest połączenie odsługiwane przez A, to mamy tezę. Jeżeli nie, to wszystkie połączenia między tymi trzema pomnikami obsługuje B i też mamy tezę.\ Jeżeli $n=17$, $k=3$, to wybieramy dowolny pomnik. Ma on co najmniej $lceilfrac{16}{3}rceil=6$ połączeń obsługiwanych przez jednego przewoźnika, nazywanego A. Jeżeli w zbiorze połączeń między tymi 6 (lub więcej) pomnikami jest połączenie obsługiwane przez A, to mamy tezę. Jeżeli nie, to mamy 6 pomników, pomiędzy którymi połączenia obsługują dwaj przewoźnicy. Z poprzedniego dowodu mamy tezę.\ Jeżeli $n=66, k=4$, to analogicznie, dowolny pomnik ma co najmniej $lceilfrac{65}{4}rceil=17$ połączeń obsługiwanych przez 1 przewoźnika, więc jeżeli obsługuje on jeszcze jakiekolwiek połączenie między tymi pomnikami, to już mamy tezę, jeżeli nie to jest 17 pomników i 3 przewoźników obsługujących połączenie między nimi, z poprzedniego dowodu idzie.\ Na rysunku widać to ładniej, bo całe zadanie jest grafowe. Liczby n, w zależności od k nazywają się liczbami Ramseya. end{document}