Wpisany przez Joachim Jelisiejew
niedziela, 07 lutego 2010 17:36 -

** **
Zadania PDF.

Źródło zadań w texu.

documentclass[10pt]{article} usepackage{amssymb} usepackage{amsmath} textwidth 16cm textheight 24cm oddsidemargin 0cm topmargin 0pt headheight 0pt headsep 0pt usepackage[polish]{babel} usepackage[utf8]{inputenc} usepackage[T1]{fontenc} %usepackage{MnSymbol} % -- vfuzz4pt % Don't report over-full v-boxes if over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full h-boxes if over-edge is small % THEOREMS --- newtheorem{thm}{Twierdzenie}[section] newtheorem{cor}[thm]{Wniosek} newtheorem{lem}[thm]{Lemat} newtheorem{defn}[thm]{Definicja} newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość} newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza} newtheorem{useless}[thm]{} begin{document} defrozw{\ textbf{Rozwiązanie}: \} defdeg{^{circ}} title{Kółko 16.04 - różne prostsze zadanka} date{} maketitle paragraph{Proste wielomiany} begin{enumerate} item Wykazać, że równanie $$17x^2 + 95xy + 2000 y^2 - 2005 = 0$$ nie ma rozwiązań w liczbach całkowitych x,y. item Wykazać, że jeżeli dla niezerowych liczb rzeczywistych a,b,c,x,y,z zachodzi $$frac{x}{a}+frac{y}{b}+frac{z}{c}=1 hbox{ i } frac{a}{x}+frac{b}{y}+frac{c}{z}=0$$ to $$frac{x^2}{a^2}+frac{y^2}{b^2}+frac{z^2}{c^2}=1$$ item Czy wielomian x^4+1 da się rozłożyć na czynniki stopnia pierwszego? A stopnia 2? item Wielomian o współczynnikach rzeczywistych $$x^n + a_{n-3}x^{n-3}+cdots+a_0$$ ma n pierwiastków rzeczywistych. Oblicz jego współczynniki. footnotesize{źródło: któryś prastary OM} normalsize item * Dane są takie niezerowe liczby całkowite a,b,c, że $a+b+c=0$. Wykazać, że dla każdej liczby całkowitej dodatniej n prawdziwa jest podzielność $$a^2 + b^2 + c^2 | a^{n^2 + 1} + b^{n^2 + 1} + c^{n^2 + 1}$$ footnotesize{źródło: Zwardoń 2007} end{enumerate} paragraph{Różne} begin{enumerate} item Udowodnij, że liczby $1,2,cdots,n^2$ można rozbić na n podzbiorów o równych sumach. item emph{przypomnienie} Jeżeli a,b,c - całkowite dodatnie i $a^2 + b^2 = c^2$, to wśród liczb a,b,c istnieje co najmniej jedna podzielna przez 3, co najmniej jedna podzielna przez 4 i co najmniej jedna podzielna przez 5. item * Niech liczby a,b,c będą całkowite dodatnie, względnie pierwsze, czyli $NWD(a,b,c)=1$ i spełniają równanie Pitagorasa: $$a^2 + b^2 = c^2$$ Udowodnić, że istnieją takie liczby całkowite dodatnie m,n, że $$a = m^2 - n^2, b = 2mn, c = m^2 + n^2 hbox{ lub } a = 2mn, b = m^2 - n^2, c = m^2 + n^2$$ end{enumerate} end{document}