



[](#)
[Zadania PDF.](#)

Źródło zadań w texu.

```
documentclass[10pt]{article} usepackage{amssymb} usepackage{amsmath} textwidth
16cm textheight 24cm oddsidemargin 0cm topmargin 0pt headheight 0pt headsep 0pt
usepackage[polish]{babel} usepackage[utf8]{inputenc} usepackage[T1]{fontenc}
%usepackage{MnSymbol} % ----- vfuzz4pt %
Don't report over-full v-boxes if over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full h-boxes
if over-edge is small % THEOREMS -----
newtheorem{thm}{Twierdzenie}[section] newtheorem{cor}[thm]{Wniosek}
newtheorem{lem}[thm]{Lemat} newtheorem{defn}[thm]{Definicja}
newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość} newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza}
newtheorem{useless}[thm]{} begin{document} title{Kółko 6.1 - teoria liczb} date{}
maketitle paragraph{textbf{Zadania, nieco łatwiejsze na rozruszanie.}} begin{enumerate}
item Rozstrzygnij, czy  $n! \leq \left(\frac{n+1}{2}\right)^n$ . item Oszacuj z góry  $d(n)$ , w zależności od
 $n$  i wywnioskuj z tego oszacowania, że ciąg dany wzorem  $a_0 = a$ ,  $a_{n+1} = d(a_n) + b$ 
zapęła się dla dowolnych  $a$ ,  $b \in \mathbb{Z}_+$ . item Udowodnij, że jeśli  $n \geq 3$ , to  $(n+1)^n < n^{n+1}$ .
item Oszacuj z góry  $\binom{n}{k}$  w zależności od  $n$  (i od  $k$ , jeżeli potrafisz).
item Oszacuj z góry iloczyn wszystkich liczb pierwszych z przedziału  $(n, 2n]$ , w zależności
od  $n$ . item Udowodnij, że w rozkładzie na czynniki pierwsze liczby  $n!$  liczba pierwsza  $p$ 
występuje  $\sum_{k=1}^{\infty} \left\lfloor \frac{n}{p^k} \right\rfloor$  i spróbuj stąd obliczyć np. kiedy  $\binom{n}{k}$  jest
parzysty. item Rozstrzygnąć, czy istnieje liczba postaci  $99 \dots 900 \dots 0$  podzielna przez
 $2009^4$ . item * (Przekleństwo Łukasza) Liczby całkowite dodatnie  $a, b, c, d$  spełniają
równość  $ad = b^2 + bc + c^2$ . Udowodnić, że  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$  nie jest liczbą
pierwszą. end{enumerate} end{document}
```