Teoria liczb II

Wpisany przez Joachim Jelisiejew
niedziela, 07 lutego 2010 17:22 -

Zadania PDF.

Źródło zadań w texu.

documentclass[10pt]{article} usepackage{amssymb} usepackage{amsmath} textwidth 16cm textheight 24cm oddsidemargin 0cm topmargin 0pt headheight 0pt headsep 0pt usepackage[polish]{babel} usepackage[OT4]{fontenc} usepackage[utf8]{inputenc} % -- vfuzz4pt % Don't report over-full v-boxes if over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full h-boxes if over-edge is small % THEOREMS --- newtheorem{thm}{Twierdzenie}[section] newtheorem{cor}[thm]{Wniosek} newtheorem{lem}[thm]{Lemat} newtheorem{defn}[thm]{Definicja} newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość} newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza} newtheorem{useless}[thm]{} begin {document} title{Kółko 15.12 - Teoria Liczb II, czyli święta już blisko} date{} maketitle paragraph{textbf{Zadania łatw(dn)iejsze.}} begin{enumerate} item Niech ciąg (Gib_n) będzie określony następująco $Gib_0=0, Gib_1=1, Gib_{n+1}=Gib_n+Gib_{n-1}$ dla $ngeq 1$. begin{enumerate} item Oblicz sumę $sum_{i=0}^nGig_i$. item Udowodnij, że $Gib_n^2=Gib_{n-1}Gib_{n+1}+(-1)^{n+1}$, gdzie $ngeq 1$. item Dowiedź, że $Gib_n = Gib_{k-1}Gib_{n-k} + Gib_{k}Gib_{n-k+1}$ (albo coś podobnego :) dla wszystkich n,k, dla których indeksy nie są ujemne. item i z poprzedniego podpunktu wywnioskuj, że $Gib_n|Gib_m Leftrightarrow n|m vee n=2$. end{enumerate} item Liczby $a,b,sqrt{a}+sqrt{b}$ są wymierne. Dowiedź, że $sqrt{a},sqrt{b}$ też są wymierne. item Na kwadratowej tablicy $ntimes n$ wpisano liczby 0 lub 1, przy czym jest dokładnie $n-1$ jedynek. Na tablicy tej wykonujemy operację (działającą w $O(n)$): wybieramy liczbę $min{1,-1}$ oraz pole (i,j) i od liczby na tym polu odejmujemy m oraz dodajemy m do wszystkich liczb leżących w i-tym wierszu lub j-tej kolumnie oprócz pola (i,j). Czy po pewnej liczbie takich operacji możemy otrzymać tablicę złożoną z jednakowych wartości? item Wykaż, że jeżeli $kneq n$, to liczby $2^{2^k}+1$ i $2^{2^n}+1$ są względnie pierwsze. item $frac{1}{2}*$. Niech m będzie liczbą całkowitą dodatnią. Definiujemy $S={ninmathbb{N}|m^2leq n