** **
Zadania PDF.

Źródło zadań w texu.

documentclass[10pt]{article} usepackage{amssymb} usepackage{amsmath} textwidth 16cm textheight 24cm oddsidemargin 0cm topmargin 0pt headheight 0pt headsep 0pt usepackage[polish]{babel} usepackage[utf8]{inputenc} usepackage[T1]{fontenc} %usepackage{MnSymbol} % -- vfuzz4pt % Don't report over-full v-boxes if over-edge is small hfuzz4pt % Don't report over-full h-boxes if over-edge is small % THEOREMS --- newtheorem{thm}{Twierdzenie}[section] newtheorem{cor}[thm]{Wniosek} newtheorem{lem}[thm]{Lemat} newtheorem{defn}[thm]{Definicja} newtheorem{tozs}[thm]{Tożsamość} newtheorem{hyp}[thm]{Hipoteza} newtheorem{useless}[thm]{} begin{document} title{Kółko 12.1 - potęga teorii potęgi punktu} date{} maketitle paragraph{Teoria} begin{enumerate} item begin{defn}Niech będzie dany okrąg o i punkt A. Niech prosta k przechodzi przez punkt A i przecina okrąg o w punktach B i C. Wtedy textbf{potęgą punktu A} względem okręgu o nazywamy iloczyn $ABcdot AC$, jeżeli punkt A leży na zewnątrz okręgu i $-ABcdot AC$, jeżeli leży on wewnątrz. Iloczyn ten jest niezależny od wyboru prostej k!end{defn} item Jeżeli A leży na zewnątrz okręgu o, potęga punktu A względem o jest równa $|AD|^2$, gdzie AD to styczna do okręgu o, przechodząca przez A. Potęga ta jest więc też równa wtedy $|AO|^2-r^2$. Ogólniej potęga A względem o jest textbf{zawsze} równa $|AO|^2 - r^2$. Zauważmy, że punkty leżące na okręgu mają potęgę równą 0. item Przyda się też poczciwy Pitagoras :] item Punkty A,B,C leżą na prostej k w tej kolejności, a punkty A,D,E leżą na prostej l w tej kolejności ($kneq l$). Jest $ABcdot AC=ADcdot AE$, wtedy i tylko wtedy, gdy punkty B,C,D,E leżą na jednym okręgu. end{enumerate} paragraph{Zadania łatwiejsze} begin{enumerate} item Udowodnij, że dla danego okręgu o wszystkie punkty mające potęgę względem o równą p (p -stała) leżą na jednym okręgu o środku w o. item Udowodnij, że dla punktu A leżącego wewnątrz okręgu o definicja potęgi jest prawidłowa (tj. faktycznie iloczyn nie zależy od prostej). item Udowodnij to samo dla punktu leżącego na zewnątrz okręgu. item Punkty E, F leżą na bokach AC, AB trójkąta ABC odpowiednio. Odcinki BE i CF przecinają się w M i zachodzi $MBcdot ME=MCcdot MF$. Udowodnij, że zachodzi $AEcdot AC=AFcdot AB$. (źródło - staszic) item Okrąg o jest styczny do prostej k w punkcie D. Cięciwa AB tego okręgu jest równoległa do k, punkt C leży na k, odcinki AC i BC przecinają okrąg o w punktach E i F (różnych od A,B) odpowiednio. Udowodnić, że prosta EF przecina k w środku odcinka CD. (źródło - staszic) item Sześciokąt wypukły $ABCDEF$ spełnia warunki $AB=BC$, $CD=DE$, $EF=FA$.

Udowodnij, że wysokości trójkątów BCD, DEF, FAB, opuszczone z wierzchołków C, E, A przecinają się w jednym punkcie. (źródło - staszic) end{enumerate} paragraph{Zadania trudniejsze} begin{enumerate} item begin{defn}Dane są 2 okręgi o różnych środkach. Osią potęgową dwóch okręgów o_1,o_2 nazywamy zbiór punktów mających równe potęgi względem o_1 i $o_2$end{defn} Udowodnij, że ten zbiór jest prostą prostopadłą do prostej łączącej środki tych okręgów. Wskazówka: spróbuj zrzutować dowolny punkt na prostą i trochę podanalizować. item Dane są okręgi o_1,o_2,o_3, takie, że $o_1cap o_2={A,B}$, $o_2cap o_3={C,D}$, $o_3cap o_1={E,F}$, to proste AB, CD, EF albo są wszystkie równoległe, albo przecinają się w jednym punkcie. end{enumerate} end{document}